

INSTITUTO DE EDUCACION SUPERIOR PEDAGOGICO PRIVADO
SAN SILVESTRE



**INFLUENCIA DEL USO DE MATERIAL CONCRETO EN LA
ENSEÑANZA DE LA GEOMETRIA EN EL SEGUNDO
GRADO DE EDUCACION SECUNDARIA DE LA I.E.
“ANTENOR ORREGO ESPINOZA”-UGEL 05 – SAN JUAN
DE LURIGANCHO**

TRABAJO DE INVESTIGACIÓN PRESENTADO POR:

**AQUINO CABRERA FRESNEL ISAAC
AQUINO JUIPA EVELIN FELICIANA**

PARA OPTAR EL TÍTULO DE PROFESORA DE MATEMÁTICA

SAN JUAN DE LURIGANCHO

2024

LIMA - PERÚ

AGRADECIMIENTO

En primer lugar, agradezco Dios porque él me ha guiado y me ha dado la fortaleza para continuar a pesar de todos los desafíos que me ha tocado vivir.

A mis padres por estar siempre a mi lado, a toda mi familia por su apoyo incondicional.

A los profesores/as formadores quienes compartieron sus sabias enseñanzas en pro de una formación científica y humanística, para ejercer mi profesión con entrega, amor y dedicación en bien de las futuras generaciones.

A la Institución Educativa “ANTENOR ORREGO ESPINOZA” de San Juan de Lurigancho por permitirme desarrollar el proyecto y tesis de investigación, para culminar la Carrera y seguir construyendo un camino hacia el éxito.

FRESNEL Y EVELIN

DEDICATORIA

De todo corazón dedico este trabajo de investigación a mis padres quienes con su sapiencia supieron formarme con buenos sentimientos y valores, y que en los momentos más difíciles estuvieron para mí.

FRESNEL Y EVELIN

RESUMEN

El aprendizaje de la geometría es un factor fundamental para el desarrollo de las matemáticas en el aula. A menudo, en este bloque de las matemáticas aparecen dificultades relacionadas con el proceso de enseñanza-aprendizaje que no se saben solventar y, para ello, en este trabajo propongo una revisión teórica en la que, en primer lugar, analizaremos algunas de las dificultades que aparecen más frecuentemente en el aula para, posteriormente, desarrollar una posible solución para cada una de ellas.

El propósito de este trabajo de investigación es presentar los resultados obtenidos con la aplicación de un cuestionario dirigido a estudiantes del Cuarto Grado de Secundaria de I.E. ANTENOR ORREGO ESPINOZA jurisdicción de la UGEL 05-San Juan de Lurigancho, para conocer su percepción sobre la enseñanza y aprendizaje de la geometría. Los resultados muestran que las clases de geometría en la Educación Secundaria se han basado en un sistema tradicional de enseñanza, donde los docentes presentan la teoría, desarrollan ejemplos y aportan los ejercicios que deben ser resueltos por estudiantes. Estas actividades enfatizan en la aplicación de fórmulas y aspectos memorísticos, lo que trae como consecuencia que procesos de visualización, argumentación y justificación no tengan un papel preponderante en la enseñanza de la disciplina. La geometría se presenta a las y los estudiantes como un conjunto de definiciones, fórmulas y teoremas totalmente alejado de su realidad y donde los ejemplos y ejercicios no poseen ninguna relación con su contexto, consecuentemente, la geometría se percibe como poco importante, ya que no es aplicable a la vida cotidiana, cuando la realidad es otra. Además, el grupo estudiantil considera que para tener éxito en geometría hay que saber utilizar la calculadora para realizar cálculos, tener capacidad para memorizar definiciones, fórmulas y teoremas, poseer capacidad para entender los dibujos geométricos y realizar listas de ejercicios para desarrollar la habilidad práctica.

Palabras clave. Enseñanza, aprendizaje, geometría, estudiantes.

ÍNDICES

Introducción	1
CAPÍTULO 1: PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	6
1. Diagnóstico del problema	6
1.1. Problema general	6
1.2. Problemas específicos	6
2. Objetivos	7
2.1. Objetivo general	7
2.2. Objetivos específicos	7
3. Justificación	8
4. Planteamiento y formulación de las hipótesis	8
4.1. Hipótesis general	8
4.2. Hipótesis específicas	8
5. Identificación de las variables	8
6. Clasificación de las variables	9
CAPÍTULO 2: LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA Y SUS ENFOQUES	10
2.1. Origen y epistemología de la geometría	10
2.2. Enseñanza de la geometría	11
2.3. Enfoques didácticos para la enseñanza de la geometría	13
2.3.1. Constructivista	16
2.3.2. Tradicional	17
2.3.3. Conductista	19
2.3.4. Modelo didáctico de la geometría dinámica	20
2.3.5. Modelo de razonamiento geométrico de VAN HIELE	21
CAPÍTULO 3: LOS RECURSOS DIDÁCTICOS PARA LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA	24
3.1. Recursos didácticos: generalidades	30
3.1.1. Definición de recursos didácticos	30
3.1.2. Funciones de los recursos didácticos	31
3.1.3. ¿Por qué es importante usar recursos didácticos?	32

3.2.	Uso de recursos didácticos en geometría	33
3.3.	Aprender geometría con recursos didácticos	34
3.4.	Algunas ventajas del uso de recursos didácticos en geometría	35
3.5.	Algunas dificultades con el uso de recursos didácticos en geometría	36
3.6.	Visión de los docentes acerca de la geometría	38
3.7.	Visión de los estudiantes acerca de la geometría	39
CAPÍTULO 4: USO DE LOS RECURSOS DIDÁCTICOS MANIPULABLES PARA LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA		41
4.1.	Propuestas para trabajar la geometría con el uso de recursos didácticos manipulables	41
4.1.1.	Geoplano	41
4.1.1.1.	Definición, uso y propuesta desde la investigación	42
4.1.2.	Tangram clásico	46
4.1.2.1.	Definición, uso y propuesta desde la investigación	46
4.1.3.	Origami	47
4.1.3.1.	Definición, uso y propuesta desde la investigación	47
4.1.4.	Bloques lógicos	53
4.1.4.1.	Definición, uso y propuesta desde la investigación	55
CAPÍTULO 5: METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN		58
1.	Operacionalización de las variables	58
2.	Tipificación de la investigación	60
3.	Población y muestra	60
4.	Resultados y discusión	61
5.	Matriz de consistencia	70
CONCLUSIONES		70

RECOMENDACIONES	72
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS	73
ANEXOS	75

INTRODUCCIÓN

Cuando un área como la geometría tiene un prestigio de miles de años, cabe hacer un recorrido a través del tiempo, para reconocer su importancia en el desarrollo de la humanidad. Para los egipcios, fue práctica y utilitaria, pues medían los terrenos después que eran inundados por las crecidas del río Nilo y, para ello, utilizaban el método de la triangulación. Podemos encontrar, en esta cultura, la culminación de una geometría aplicada, tanto ligada a la resolución de problemas cotidianos como también a la creación artística. Según el filósofo griego **PROCLO**, Thales fue el primero que después de haber estado en Egipto lleva esta disciplina a Grecia. Junto a las escuelas de aquella época (Alejandría, Pitagórica y otras), como también nombres célebres como Apolonio, Eudoxio, Euclídes transforman la geometría en una ciencia que se estructura con un razonamiento lógico deductivo, la que emplea nociones comunes, postulados, axiomas, teoremas que otorgan una categoría de rango universal; por lo tanto, surge como la primera ciencia que construye el hombre en la antigua Grecia. Los griegos la consideraban como una ciencia formativa que le ayudaba al hombre a razonar; no la estudiaban con fines prácticos, sino como desarrollo de la mente humana. Platón decía “Dios mismo geometriza” Seguramente, esta afirmación significaba que el universo estaba regido por formas y números. La proporción que se obtiene del rectángulo dorado, llamado también el número de oro, se utilizó como símbolo de belleza desde los griegos hasta el renacimiento. La aplicación de la proporción dorada o de la estrella pitagórica, plantea en las grandes obras un nuevo significado de perfección de belleza. En el siglo XVI, es el gran desarrollo de las nuevas geometrías: la proyectiva y la descriptiva son términos con un nombre de origen común en las técnicas perspectivas que la gran obra de Euclídes los “Elementos” había obviado. La descriptiva puso el énfasis en la resolución gráfica, la Proyectiva en los modelos en perspectiva. La nueva geometría que surgirá al servicio de las construcciones y de las fortificaciones, necesitará de cálculos exactos y encontrará su respuesta en la Geometría Analítica de Descartes (Alsina y otros 1989). Las culturas orientales y precolombinas desarrollaron hermosos tallados o pinturas en piedras, metales, telas, basados en las transformaciones que realizaban de figuras geométricas a través de traslaciones, rotaciones o simetría (Perero, 1994) La idea de que la geometría es una ciencia que enseña

a medir este conocimiento, también, se encontraba presente en la península de Yucatán, territorio de la cultura Maya. La serpiente emplumada y las fases de la luna son el punto de partida de esta ciencia pues surgen el círculo, el cuadrado, el pentágono y las relaciones del número de oro pitagórico. Este animal posee las formas geométricas antes descritas y también un patrón perfecto que en la geometría todo lo rige (base 20). La geometría se desarrolló y floreció de acuerdo a estas formas, y cayó para nunca levantarse, cuando desapareció el modelo crotálico por la conquista española que erradicó sus usos y sus costumbres (Díaz Bolio, 1995) Con el nacimiento de la matemática moderna, la geometría deja de ser importante frente a la Teoría de Conjuntos. A partir de 1960, comienza a verse un importante avance en esta, teoría, en toda Latinoamérica y, finalmente, se encuentra que a mediados de los 70; la Teoría de Conjuntos, como base de toda la matemática no estaba permitiendo a los niños desarrollar competencias intelectuales, comenzando con ello las primeras críticas. Los niños habían perdido capacidades concretas de, modelización, de interpretación, de visualización. Por lo tanto, a principios de los 80, en Europa se comienza a dar lugar, al estudio del Espacio y de la Geometría.

El sabio griego Eudemo de Rodas, atribuyó a los egipcios el descubrimiento de la geometría, ya que, según él, necesitaban medir constantemente sus tierras debido a que las inundaciones del Nilo borran continuamente sus fronteras. Recordemos que, precisamente, la palabra geometría significa medida de tierras.

Los egipcios se centraron principalmente en el cálculo de áreas y volúmenes, encontrando, por ejemplo, para el área del círculo un valor aproximado de $3\frac{1}{6} \times r^2$. Sin embargo, el desarrollo geométrico adolece de falta de teoremas y demostraciones formales. También encontramos rudimentos de trigonometría y nociones básicas de semejanza de triángulos.

También se tienen nociones geométricas en la civilización mesopotámica, constituyendo los problemas de medida el bloque central en este campo: área del cuadrado, del círculo (con una no muy buena aproximación de, volúmenes de determinados cuerpos, semejanza de figuras, e incluso hay autores que afirman que esta civilización conocía el teorema de Pitágoras aplicado a problemas particulares, aunque no, obviamente, como principio general.

No se puede decir que la geometría fuese el punto fuerte de las culturas china e india, limitándose principalmente a la resolución de problemas sobre distancias y semejanzas de cuerpos. También hay quien afirma que estas dos civilizaciones llegaron a enunciados de algunos casos particulares del teorema de Pitágoras, e incluso que desarrollaron algunas ideas sobre la demostración de este teorema.

En los matemáticos de la cultura helénica los problemas prácticos relacionados con las necesidades de cálculos aritméticos, mediciones y construcciones geométricas continuaron jugando un gran papel. Sin embargo, lo novedoso era, que estos problemas poco a poco se desprendieron en una rama independiente de las matemáticas que obtuvo la denominación de «logística». A la logística fueron atribuidas: las operaciones con números enteros, la extracción numérica de raíces, el cálculo con la ayuda de dispositivos auxiliares, cálculo con fracciones, resolución numérica de problemas que conducen a ecuaciones de 1er y 2º grado, problemas prácticos de cálculo y constructivos de la arquitectura, geometría, agrimensura, etc.

Al mismo tiempo ya en la escuela de Pitágoras se advierte un proceso de recopilación de hechos matemáticos abstractos y la unión de ellos en sistemas teóricos. Junto a la demostración geométrica del teorema de Pitágoras fue encontrado el método de hallazgo de la serie ilimitada de las ternas de números «pitagóricos», esto es, ternas de números que satisfacen la ecuación $a^2+b^2=c^2$.

En este tiempo transcurrieron la abstracción y sistematización de las informaciones geométricas. En los trabajos geométricos se introdujeron y perfeccionaron los métodos de demostración geométrica. Se consideraron, en particular: el teorema de Pitágoras, los problemas sobre la cuadratura del círculo, la trisección de un ángulo, la duplicación del cubo, la cuadratura de una serie de áreas (en particular las acotadas por líneas curvas).

El presente trabajo, está estructurado en cinco capítulos:

En el primer capítulo se establece el planteamiento del problema, previo diagnóstico de los/as estudiantes evidenciando que los/as estudiantes presentaron deficiencias en las operaciones en el área de matemática y en el reconocimiento y dominio de la adición y sustracción de cantidades.

En el segundo capítulo se habla sobre la enseñanza de la geometría y sus enfoques, donde se parte del origen y epistemología de la geometría, para

posteriormente hablar sobre la enseñanza de la geometría y los enfoques didácticos; en cuanto a los enfoques se detallan en base a la literatura el enfoque constructivista, el tradicional, el conductista, el modelo didáctico de la geometría dinámica y el modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele; con estos enfoques se pretende identificar la metodología de enseñanza que los caracteriza, por la cual se ha considerado pertinente en base a las investigaciones enseñar desde el enfoque constructivista, ya que permite al estudiante aprender desde sus experiencias, conocimientos previos para asociarlos con los conocimientos nuevo.

En el tercer capítulo, se detalla los recursos didácticos para la enseñanza de la geometría, teniendo en cuenta las generalidades, definición, funciones, importancia de usar recursos didácticos; dentro de este capítulo se mencionan propuestas didácticas desde la investigación ya sea en el contexto nacional o internacional de algunos recursos didácticos que se han utilizado para aprender geometría como: geoplano, tangram clásico, origami, bloques lógicos, policubos, varillas de mecano y geoespacio. También se ha considerado pertinente para este trabajo presentar algunas ventajas y dificultades del uso de recursos didácticos, finalmente en este capítulo a partir de haber revisado la teoría, también se coloca la visión del uso de recursos didácticos en docentes y estudiantes desde su experiencia; en la que manifiestan sus razones acerca del porqué no se usa recursos didácticos para las clases de geometría, sin embargo al usar recursos didácticos se dan cuenta de su importancia y los beneficios que conlleva aprender geometría de una manera práctica.

En el cuarto capítulo se detallan las propuestas didácticas del uso de recursos didácticos para la enseñanza de la geometría. En dicho capítulo se describen algunos recursos didácticos como el tangram, el geoplano, el origami, entre otros. A partir de esta descripción se exponen propuestas didácticas para cada recurso. De igual manera se incluye una tabla en la que consta el año de educación básica, destrezas con criterios de desempeño, temas geométricos y el recurso didáctico acorde al tema según la literatura; como aporte final se anexa algunas construcciones fáciles de recursos didácticos.

Finalmente se evidenció que el uso de recursos didácticos para enseñar geometría, construye aprendizajes significativos y desarrolla habilidades

cognitivas en los estudiantes, de esta manera les permite tener aprendizajes no solo teóricos, sino prácticos en los que pueden asociar con sus actividades diarias en los diferentes contextos; además durante el proceso de enseñanza los recursos didácticos permiten la interacción entre pares y el docente actúa como guía, pero dependerá de la posición que el docente asuma en base a su experiencia ya que los diferentes enfoques encaminan a la educación, sin embargo, las investigaciones reflejan que el dinamismo, la comunicación y la manipulación beneficia a los estudiantes en la parte académica, social y personal.

En el quinto y último capítulo se aborda la metodología de la investigación. Cómo se fundamenta en el enfoque cualitativo con carácter educacional, de tipo aplicada proyectiva, con la finalidad de ser provechosos a grupos que están dentro del proceso y en la sociedad en general al ser aplicada, orientados a resolver problemas de la vida cotidiana o controlar situaciones prácticas, como lo sustenta Padrón (2006) citado por Vargas (2009) la investigación aplicada tiene bases epistemológicas firmes del saber hacer, conocimiento y práctica, explicación y aplicación, verdad y acción.

CAPÍTULO 1

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1. Diagnóstico del Problema

Al realizar las evaluaciones de diagnóstico en los y las estudiantes del Cuarto Grado de Secundaria de I.E. “ANTENOR ORREGO ESPINOZA” – UGEL 05 de San Juan de Lurigancho se evidenció que los estudiantes presentaron deficiencias en las operaciones en el área de matemática y en el reconocimiento y dominio de la adición y sustracción de cantidades, por este motivo se amerita usar recursos que les permita a nuestros estudiantes construir su conocimiento y en este sentido los bloques lógicos de Dienes les ayudará afianzar las operaciones matemáticas manipulando un recurso concreto y les permitirá adquirir un aprendizaje significativo, apropiándose de todo este conocimiento y generalizándolo.

1.1. Problema general

¿En qué medida el material concreto influye en el aprendizaje de geometría de los y las estudiantes del Segundo Grado de Secundaria de la I.E. “ANTENOR ORREGO ESPINOZA” – UGEL 05?

1.2. Problemas específicos

- ¿De qué manera influye el material concreto en el aprendizaje conceptual de geometría de los y las estudiantes del Segundo Grado de Secundaria de la I.E. “ANTENOR ORREGO ESPINOZA” – UGEL 05 San Juan de Lurigancho?
- ¿Cómo influye el material concreto en el aprendizaje procedimental de geometría de los alumnos del Segundo Grado de Secundaria de la I.E. “ANTENOR ORREGO ESPINOZA” – UGEL 05 de San Juan de Lurigancho?

2. Objetivos

2.1. Objetivo general

Determinar la influencia del material concreto en el aprendizaje de geometría de los y las estudiantes del Segundo Grado de Secundaria de la I.E. “ANTENOR ORREGO ESPINOZA” – UGEL 05 San Juan de Lurigancho

2.2. Objetivos específicos

- Identificar la influencia del material concreto en el aprendizaje conceptual de geometría.
- Analizar la influencia del material concreto en el aprendizaje procedimental de geometría.

3. Justificación

Se considera pertinente desarrollar la investigación respecto a la influencia de los materiales concretos en el aprendizaje de geometría de los y las estudiantes del Segundo Grado de Secundaria de la I.E. “ANTENOR ORREGO ESPINOZA” – UGEL 05 con el fin de consolidar el aprendizaje, al desarrollar en los y las estudiantes la capacidad de observación, abstracción, manipulación, comprobación de los conceptos, y normas de conducta que conforman la personalidad de los estudiantes.

De esta manera se estará posibilitando que el estudiante tenga un acercamiento e interacción con su realidad y que su aplicación pretenda generar aprendizaje de calidad. Con esta investigación se quiere lograr que los y las estudiantes desarrollen diversas capacidades, las cuales relacionen sus saberes previos con los nuevos procesos de aprendizaje y a su vez que lo aprendido sea provechoso en su quehacer diario.

Es importante hacer de la matemática una ciencia fácil y recreativa elevando así el nivel de eficiencia educacional que esté a la altura de las exigencias del mundo actual, es por estas razones que considero importante el desarrollo de esta investigación con el fin de contribuir elementos nuevos para la mejora de la educación.

4. Fundamentación y formulación de las hipótesis

4.1. Hipótesis general

El material concreto influye significativamente en el aprendizaje de geometría de los y las estudiantes de Segundo Grado de Secundaria de la I.E. "ANTENOR ORREGO ESPINOZA" – UGEL 05

4.2. Hipótesis específicas

- El material concreto influye significativamente en el aprendizaje conceptual de geometría.
- El material concreto influye significativamente en el aprendizaje procedimental de geometría.

5. Identificación de las variables

a) Identificación de las variables

Variable Independiente: Material concreto

Variable Dependiente: Aprendizaje

6. Clasificación de las variables

Variable material concreto

- Por la función que cumple en la hipótesis: variable independiente
- Por su naturaleza: variable activa
- Por la posesión de la característica: variables categóricas
- Por el tipo de medición de la variable: variable cuantitativa
- Por el número de valores que adquiere: variable

Variable aprendizaje

- Por la función que cumple en la hipótesis: variable dependiente
- Por su naturaleza: variable atributiva
- Por la posesión de la característica: variables categóricas
- Por el tipo de medición de la variable: variable cuantitativa
- Por el número de valores que adquiere: variable politómica

CAPÍTULO 2

LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA Y SUS ENFOQUES

En este capítulo se destaca la importancia de la enseñanza de la geometría y se identifican los enfoques didácticos más frecuentes que han sido propuestos de acuerdo a la literatura. Es importante reconocer que la geometría ha sido considerada como uno de los pilares de formación académica y cultural del individuo, dada su aplicación en diversos contextos, su capacidad formadora del razonamiento lógico y su contribución en el desarrollo de habilidades cognitivas (Ballesterio-Alfaro y Gamboa-Araya, 2010). Por ello en este capítulo como punto de partida está la epistemología de la geometría para situarse posteriormente en la enseñanza de la geometría. Para referirse a este ámbito se hará un acercamiento a los enfoques constructivista, tradicional, conductista, modelo didáctico de la geometría dinámica y el modelo didáctico de razonamiento de Van Hiele; esto con el fin de comprender que el uso de los recursos didácticos se relaciona con el enfoque de enseñanza que se asuma.

2.1. Origen y epistemología de la geometría

Segovia y Rico (2011) manifiestan que la geometría tal y como se entiende hoy en día surge aproximadamente 3.000 a.C.; en Egipto, en ese entonces había grandes inundaciones en las tierras por las grandes crecidas del río Nilo, por lo que un grupo de hombres, los agrimensores, quienes acudían a las tierras cuyos límites se habían borrado, median con cuerdas y hacían cálculos cuidadosamente y devolvían a cada labrador sus tierras. De aquí proviene la palabra geometría, “medida de tierra”, geometría del griego geo, “tierra”; metrein, “medir”, se constituye en una rama de las matemáticas que se ocupa de las propiedades del espacio. Además, los autores comentan que, en su forma más elemental, la geometría se preocupa de problemas métricos como el cálculo del área, diámetro de figuras planas, superficie y volumen de cuerpos sólidos. Otros campos de la geometría son la geometría analítica, geometría descriptiva, topología, geometría de espacios con cuatro o más dimensiones, geometría fractal y geometría no euclidiana.

Para complementar Hernández y Villalba (2001) manifiestan respecto a la epistemología; la geometría es la ciencia del espacio que desde sus raíces se le ha considerado como una herramienta para describir y medir figuras, la cual

sirve como método para las representaciones visuales de conceptos y procesos matemáticos; siendo además un punto de encuentro con las matemáticas como una teoría y su práctica; con ello construir y estudiar modelos del mundo físico y de otros fenómenos del mundo real. En la misma línea, Ortega-Campo (2016) plantea que la enseñanza del razonamiento deductivo en la geometría ayuda a la población a pensar y entender los conceptos geométricos, utilizándose como una herramienta en aplicaciones tanto tradicionales como innovativas. Esto se relaciona con el autor Ramos-Londoño (2011) en donde manifiesta que la geometría dejó de ser una recolección de recetas prácticas, de enunciados empíricos o concretos, para convertirse en una ciencia racional y formal. Si se hace estudiar esta geometría a los estudiantes no es tanto para darles verdades, sino más bien, para disciplinar el espíritu, ya que su práctica desarrolla habilidades y hábitos para el razonamiento riguroso.

Finalmente, en cuanto la importancia de la geometría en educación, Báez e Iglesias (2002) señalan que existen objetivos generales que todo ciudadano debería alcanzar durante su formación básica, como es tener una cultura geométrica con visión histórica e interdisciplinaria, aplicar conocimientos geométricos para modelar, crear o resolver problemas reales y usar los diferentes lenguajes y representaciones. A partir de este punto de vista, la geometría se puede considerar como un instrumento reflexivo que le permite al ser humano resolver problemas de diversa índole. Por otra parte, los parámetros adecuados para la enseñanza de la geometría actualmente rompen con el paradigma de clases tradicionalistas y se enfatiza en las exigencias del sistema educativo actual que busca la formación de profesionales competentes en sus diferentes campos y así útiles para la sociedad.

2.2. Enseñanza de la geometría

Aprender geometría es importante porque permite analizar, organizar y sistematizar los conocimientos espaciales que favorecen la comprensión y admiración por el entorno natural. Así también estimula en los estudiantes la creatividad y una actitud positiva hacia el área y en los docentes, motiva el usar recursos didácticos que enriquezcan los procesos en el aula (Lastra-Torres, 2005). Por otra parte, Vilella (2001) plantea que enseñar geometría, da a los estudiantes la posibilidad de: describir, entender e interpretar el mundo real y

sus fenómenos; además de resolver una amplia variedad de problemas que implican usos de estimación, aproximación y medición, mediante la formulación de conjeturas, preguntas y el uso de recursos didácticos; con el fin de desarrollar en los estudiantes habilidades cognitivas. Aunque parte de la importancia en la enseñanza de la geometría radica en que es la disciplina en la que los estudiantes llevan a cabo procesos de razonamiento, pareciera que la realidad en las aulas es distinta, pues uno de los problemas en la enseñanza de la geometría es la dificultad que existe para que los estudiantes pasen de la descripción de las figuras a un proceso más formal, basado en razonamientos y argumentación (Castiblanco et al., 2004). En la misma línea el DCNB (2019), señala que la geometría es la materia mediante la cual el estudiante estudia las formas y estructuras geométricas, y aprende a analizar sus características y relaciones. A la vez señala que la visualización espacial es un aspecto importante del pensamiento geométrico, sin dejar de mencionar la construcción de modelos geométricos y el razonamiento espacial como una manera de describir el entorno; la cual constituye una herramienta importante en la resolución de problemas, ya sea geométricos o de otras áreas de la matemática o del conocimiento en general. También dentro de su visión de estandarización de la enseñanza de las matemáticas, aporta directrices para orientar la enseñanza de la geometría en la Educación Básica Regular. 3

El MINEDU en el DCBN 2019 plantea que los procesos de descripción, comprensión, análisis, construcción, exploración, visualización, argumentación y aplicación; deben ser implementados en la enseñanza de la geometría mediante el planteamiento de situaciones problemáticas que impliquen, para el estudiante, un nivel cognitivo no limitado al uso de una fórmula o un proceso matemático.

Pero la enseñanza de la geometría ha sido impartida en las instituciones educativas de distintas maneras por parte de los docentes, ya sea con diferentes metodologías, enfoques, actitudes, experiencias, formación docente y del contexto donde enseña, por lo que existen diversos enfoques didácticos para la enseñanza de la geometría.

2.3. Enfoques didácticos para la enseñanza de la geometría

La teoría de aprendizaje de David Ausubel (1999) centró su preocupación en facilitar el aprendizaje significativo y en consecuencia, el conocimiento cognitivo del estudiante; señaló que es muy importante la disposición del aprendiz para la adquisición de nuevos conocimientos, por lo cual se deben tomar previsiones para estimular el aumento de ella o para desarrollarla. Esto es aplicable a la enseñanza de la geometría para un aprendizaje significativo a través de actividades lúdicas; ya que ciertas previsiones tomadas por el docente mejorarían el desarrollo de actividades; donde el niño pueda desarrollar habilidades para construir figuras geométricas adaptadas a lo que se está enseñando; ésta sería una de las formas de estimular el ánimo a sus alumnos y facilitar el aprendizaje significativo.

David Ausubel, como psicólogo se interesó por todo tipo de aprendizaje; sus estudios e investigaciones han estado siempre dirigidos al campo de la Psicología de la Enseñanza, su aporte fundamental radica en que el aprendizaje debe ser significativo para que halle la relación del nuevo conocimiento con el que ya posee.

“El aprendizaje significativo es fundamental para la comprensión; ya que ésta se produce debido a la vinculación entre los nuevos conocimientos y la estructura cognitiva existente. Entre las formas de vinculación conocidas tenemos los correlativos, supra-ordenados, resultando así que los conocimientos adquiridos se retienen, se transforman y se comprenden mucho mejor que con el aprendizaje memorístico”. (Ausubel, 1999: 129).

La cita anterior evidencia que, para Ausubel el factor cognoscitivo más importante dentro del proceso instruccional, es la estructura cognitiva del alumno en el momento de abordar el aprendizaje, y que de la adecuada organización y estabilidad de esta estructura se produce la construcción del conocimiento. Este planteamiento resulta importante en cuanto a la enseñanza de la Geometría con actividades lúdicas; puesto que cuando el niño comienza a distinguir una figura geométrica de otra, puede decir el nombre y hasta es capaz de ordenar de manera lógica las propiedades de dicha figura; este conocimiento lo adapta a su estructura cognitiva poco a

poco hasta obtener un verdadero aprendizaje significativo. Sin embargo, lo que sucede día a día con los alumnos de la Primera Etapa del tercer grado, es que muchos docentes comienzan a enseñar geometría a su manera; es decir, les dictan medidas que tendrá cada figura geométrica; y muchas veces los niños ni conocen cuáles son los lados, ángulos y vértices, pues no diferencian las figuras geométricas por su apariencia, terminología, orden lógico de propiedades y menos la relación entre ellas. Esto se torna incomprensible para los alumnos quienes tienen que memorizar términos sin un orden, provocando confusión y frustración que a la larga no les permitirá obtener un aprendizaje significativo.

Entre las aplicaciones pedagógicas de la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, se encuentran las siguientes:

“Alumno: estructura cognitiva, disposición del desarrollo, factores motivacionales y actitudinales, personalidad, situación: práctica educativa, ordenamiento de materiales y actividades lúdicas (con significado y organización en una estructura) factores sociales y grupales, características del profesor. **Evaluación:** Obtener datos que ayuden al alumno: mostrarle su nivel de rendimiento, situado en el proceso, sus actitudes, intereses, al docente para ver los métodos, materiales, para los alumnos lentos recomienda un programa de pequeños pasos; ejercitando los temas en que tenga dificultad, conexión entre las nuevas experiencias y conceptos con algo ya poseído, insertar nuevo significado a la estructura conceptual que ya posee el alumno, darle significado al material u objeto de aprendizaje, experimentación de la memoria como resultado del significado evitando aprender contenidos vacíos, inservibles”. (Mammoliti 1995: 25).

Cabe señalar que la Teoría del aprendizaje significativo, se inscribe dentro de la opción epistemológica del Constructivismo como teoría del conocimiento y del aprendizaje que proporciona una explicación de la forma en que el sujeto construye el conocimiento. Dentro de los cambios que se vienen implementando en nuestro sistema educativo y más específicamente en el tercer grado de Educación Básica, se observa la esencia humanista y constructiva mediante la cual el niño debe lograr sus aprendizajes, sobre todo los significativos.

Al respecto se acota lo siguiente:

“El enfoque constructivista de la enseñanza exige en primer lugar conocer las ideas previas y el esquema conceptual de los alumnos, es por ello que es muy importante el uso de la pregunta, pero no la que induce a respuestas estereotipadas, la cual supone la respuesta correcta, sino aquella que, conduce a la reflexión sobre el entorno y estimula la creación de modelos que permitan dar explicaciones a su mundo.” (Manterola, 1992: 90)

Debido a lo antes expuesto, es recomendable que toda enseñanza se inicie con el conocimiento previo del alumno; esto puede aplicarse a la enseñanza de la geometría con actividades lúdicas, si el niño ya reconoce las figuras geométricas; el docente debe comenzar con propiedades de esas figuras para que él pueda razonar. Luego el docente comienza a dar explicaciones pertinentes para que el alumno se vaya familiarizando con el lenguaje geométrico.

Por otro lado Astolfi (1997) manifiesta que los enfoques didácticos son modelos teóricos de interpretación de la denominada tríada didáctica: contenidos, docentes, estudiantes, y de los llamados componentes didácticos curriculares: objetivos, contenidos, estrategias, evaluación. De igual manera, cuando se habla de enfoque en un contexto educativo; estos actúan como base para los docentes, teniendo como principales características la lógica y la coherencia. Así mismo, Joyce y Weil (1985) simplifican el concepto y le dan una visión más educativa definiendo al enfoque didáctico como un plan estructurado para poner en práctica el currículo, diseñar materiales y en general orientar la enseñanza con diferentes enfoques tales como constructivista, conductista, tradicionalista, y para el caso específico de la enseñanza de la geometría; dinámica y el modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele, enfoques que se detallarán a continuación.

2.3.1. Constructivista

Existen una serie de palabras claves que ayudan a definir la idea de constructivismo. Este enfoque didáctico da relevancia a la integración, modificación, relación y coordinación de conocimientos.

En sus orígenes el constructivismo surge como una corriente epistemológica, preocupada por discernir los problemas de la formulación del conocimiento en el ser humano. Según Díaz y Hernández (2002), se encuentran algunos elementos del constructivismo en el pensamiento de autores como Vico, Kant, Marx o Darwin. En estos autores, así como en los actuales exponentes del constructivismo, en sus múltiples variantes, existe la convicción de que los seres humanos son producto de su capacidad para adquirir conocimientos y para reflexionar sobre los mismos, lo que les ha permitido anticipar, explicar y controlar propositivamente la naturaleza y construir la cultura. Por lo que, destaca la convicción de que el conocimiento se construye activamente por sujetos cognoscentes, no se recibe pasivamente del ambiente (Ortega-Campo, 2016). Así mismo Piaget (1999) defendía el constructivismo y consideraba que la mejor manera de aprender era mediante el descubrimiento propio y personal del estudiante. A raíz de estos pensamientos se configuró el calificado modelo por descubrimiento, otorgándole una serie de condiciones para el aprendizaje y principios básicos a tratar en donde tanto el estudiante como el docente tienen un rol determinado que han de seguir. Partiendo de este modelo guía, empiezan a surgir diferentes tipos de descubrimiento como el inductivo, deductivo o transductivo con vistas a mejorar el modelo y a darle diferentes puntos de vista. Coll (1996) afirma que la postura constructivista en educación se alimenta de las aportaciones de diversas corrientes psicológicas: la teoría Ausubeliana del aprendizaje significativo donde el proceso de enseñanza ocurre en el interior del estudiante, permitiéndole incorporar nuevas ideas, hechos y circunstancias a su estructura cognitiva (Ausubel, 1979). Además, la teoría sociocultural Vigotskiana menciona que, la construcción del conocimiento es un proceso de transformación de las representaciones, que tienen como punto de partida la actividad material, práctica y social (Vygotsky, 1979). El constructivismo postula la existencia, la aplicación y la prevalencia en la interdisciplinariedad donde existan procesos activos en la construcción del conocimiento; es decir las

teorías constructivistas pueden ser aplicadas en las distintas materias, especialmente en geometría.

Dentro de la matemática, la enseñanza constructivista para la geometría, está basada en los conocimientos propios construidos por los estudiantes, que posteriormente pueden aplicarlos en diferentes áreas y contextos (Barrantes, 1998). Como señala Coll (1993) cuando el estudiante se enfrenta a un nuevo contenido a aprender en geometría, lo hace siempre armado con una serie de conceptos, concepciones, representaciones y conocimientos, adquiridos en el transcurso de sus experiencias previas. Así mismo García (2001) señala que el estudiante aprende cuando manipula y construye el conocimiento para sí mismo. Este aprendizaje es un proceso socialmente mediado, en el cual el aprendiz debe establecer conexiones entre el conocimiento matemático nuevo y los ya existentes en su estructura cognitiva. Conocimientos que obtuvieron a través de diferentes medios de comunicación o recursos tecnológicos y los conocimientos que se obtienen en las aulas de clases por medio de diversas estrategias, metodologías y uso de recursos didácticos (Cebrián de la Serna, 1999).

Finalmente, una postura constructivista aporta una guía para desarrollar estrategias de enseñanza y aprendizaje más eficientes, empleando un proceso de enseñanza donde el protagonista central es el estudiante, considerando sus intereses, habilidades para aprender, necesidades y ritmos de aprendizaje, además tomando en cuenta su contexto (Castillo, 2008).

2.3.2. Tradicional

El enfoque didáctico tradicional tiene como propósito la formación del carácter moldeado mediante la disciplina, el ideal humanista y ético. Para ello emplea como estrategia la réplica del ejemplo, del ideal propuesto y encarnado por el docente. La estrategia estimula facultades como el entendimiento, la memoria, la voluntad, el dominio de la lengua y las matemáticas. Las prácticas parten del verbalismo y la disciplina, ubicándose en la escucha, la observación y la réplica (Gómez et al. 2018).

La enseñanza tradicional según García-Hipólito (2011) es un proceso de continuidad deliberada; sin embargo, puede mostrarse por medio

del análisis que la tradición es una selección y reelección de aquellos elementos significativos recibidos y recobrados del pasado que representan no una continuidad necesaria, sino una continuidad deseada, la cual se parece mucho a la educación, porque ambas son una selección, comparable de un conocimiento deseado y de formas de aprendizaje y autoridad. Básicamente la enseñanza tradicional está encargada y centrada más que nada en el contenido y en el docente, no en el estudiante, por ello se pierde demasiado tiempo en que el estudiante aprenda de memoria conocimientos enciclopedistas. En este enfoque el conocimiento memorístico de contenidos elementales que se encuentran consignados en el programa de estudios que son relevantes para el docente no toma en cuenta al estudiante, según el autor, el docente no puede perder tiempo en dialogar con sus estudiantes, porque estaría atrasado en el programa de estudio. Este tipo de enseñanza ha perdurado por mucho tiempo en el largo proceso de la educación.

Con respecto a la enseñanza tradicional de la geometría, esta se enfatiza en el estudio memorístico de áreas, volúmenes, definiciones geométricas, teoremas y propiedades, apoyadas en construcciones mecanicistas y descontextualizadas. Las consecuencias de la enseñanza de la geometría bajo el enfoque tradicional se traducen en la concepción de ésta como una disciplina difícil y poco útil para la mayoría de los estudiantes (Hernández y Villalba, 2001). Además, los recursos utilizados son limitados, en la mayoría de los casos el proceso de enseñanza está condicionado por el texto de matemáticas (Abrate et al. 2006).

Finalmente, la filosofía de la escuela tradicional, considera que la mejor forma de preparar al estudiante para la vida es formar su inteligencia, su capacidad de resolver problemas, sus posibilidades de atención y de esfuerzo. Se le da gran importancia a la transmisión de la cultura y de los conocimientos, en tanto que se les considera de gran utilidad para ayudar al estudiante en el progreso de su personalidad; esta filosofía aún perdura en la educación (García-Hipólito, 2011).

2.3.3. Conductista

Para el conductismo la base de todo proceso de enseñanza–aprendizaje se encuentra representada por la relación estrecha entre la respuesta y el

estímulo que la provoca. En otras palabras, se centra en el estudio de la conducta observable para controlarla y predecirla, con la finalidad de obtener una actitud determinada.

El enfoque didáctico conductista se orienta al moldeamiento de la conducta, en tanto que se desarrolló con la creciente racionalización y planeación económica de los recursos durante la expansión del capitalismo. Este enfoque surge desde el control de los objetivos educativos, los cuales se refuerzan con el control de conducta, estimulando la formación de condiciones rígidas con destrezas y competencias a partir de conductas observables; tiene similitud con el enfoque tradicional, pero este se enfoca en los saberes teóricos (Gómez et al. 2018).

Para el conductismo el proceso de enseñanza-aprendizaje se sustenta en un trabajo de replicar los contenidos y la conducta por parte del estudiante, que actúa como agente pasivo en su aprendizaje, copiando y creyendo todo aquello que el docente le cuenta en clase a través de un modelo de práctica basada en la clase magistral y discursiva. Se trata de un enfoque que no tiene en cuenta las diferencias individuales de los estudiantes, en donde ellos son los principales responsables de su fracaso. En el caso concreto de la educación infantil, se considera que los estudiantes llegan como recipientes vacíos, sin ningún tipo de conocimientos (Martínez-Arteaga y Sánchez-Macías, 2016). La teoría del conductismo fue importante en su momento ya que pretendía mejorar el aprendizaje de los estudiantes y realizar una educación matemática más eficaz que mejorará sustancialmente las habilidades matemáticas (Zeferino y Acevedo, 2011).

Allan (1997) menciona que para enseñar geometría no se debe enseñar con este enfoque porque se tiende a propiciar un tipo de aprendizaje muy repetitivo; el cual considera al estudiante semejante a una máquina que luego de recibir información, se transforma para proporcionar un resultado, entonces el conductismo enseña que el estudiante no es nada más que una máquina que responde al condicionamiento. El principio central del conductismo es que todos los pensamientos, sentimientos e intenciones no determinan lo que hacen.

2.3.4. Modelo didáctico de la Geometría Dinámica

Castelnuovo (1973) propone una didáctica de la geometría que tuviese en cuenta el carácter dinámico de la misma, frente a la enseñanza clásica que supone la geometría con el uso de la tiza y la pizarra. A pesar del tiempo, más de dos décadas, poco ha cambiado en la escuela con respecto a una enseñanza de esta materia que tuviese en cuenta su carácter dinámico. Esto se ha traducido en una serie de obstáculos didácticos que aparecen en los conocimientos geométricos que tienen los estudiantes independientemente del nivel de enseñanza.

Olivero (2002) plantea que el aprendizaje de la geometría dinámica se favorece mediante procesos de razonamiento, uso de recursos didácticos, es decir, estrategias y metodologías que focalizan la atención de los estudiantes en hechos particulares de los cuales van emergiendo las conjeturas y elementos para generar aprendizajes significativos. El autor reconoce además que el papel fundamental de la geometría dinámica es constituirse en un instrumento con el cual el contexto del estudiante además de sus conocimientos previos y sus experiencias, sirvan como un primer paso a ser compartida con otros estudiantes a pesar de la diferencia de contextos.

En la actualidad, se reconoce ampliamente el potencial de la geometría dinámica como mediador instrumental para el aprendizaje (Bartolini y Mariotti, 2008). Además, su uso apoya la participación de los estudiantes buscando propiciar la resolución de problemas, la justificación de los procesos y el razonamiento argumentativo dentro de las actividades de la matemática. Ahora bien, cuando las figuras geométricas adquieren la forma de moverse, es decir, adquieren dinamismo, se presencia la geometría dinámica y esta permite que el estudiante forme una idea más general de las figuras geométricas (Camargo, 2012).

La geometría dinámica permite aprovechar plenamente una de las estrategias heurísticas y el uso de recursos didácticos en la solución de problemas geométricos que difícilmente puede ser aprovechada en otros casos, que es la estrategia de mover la figura. De esta manera el estudiante puede mover la figura y conservar ciertas propiedades, y puede formarse una imagen de qué cosa es lo que ocurre al hacer las variaciones y así tener ideas de cómo resolver problemas geométricos.

Por otra parte, dado que cuando se va a hacer dinámica una figura hay que mantener determinadas condiciones, la geometría dinámica permite fijar las propiedades básicas de las figuras porque para poderla mover y que continúe siendo la misma figura se debe saber exactamente qué se puede mover y cómo se puede mover (Rizo-Cabrera y Campistrous-Pérez, 2003). Como se observa en la figura 1:

Figura 1. Ejemplo de movimiento de una figura en la geometría dinámica



2.3.5. Modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele

El modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele en el año 1986 explica cómo se produce la evolución del razonamiento geométrico de los estudiantes mediante la organización de cinco niveles consecutivos: la visualización, el análisis, la deducción informal, la deducción formal y el rigor, los cuales se detallarán a continuación:

Nivel 1: Visualización

El estudiante reconoce las figuras geométricas por su forma como un todo, no diferencia partes ni componentes de la figura, sin embargo, puede producir una copia de cada figura particular. No es capaz de reconocer o explicar las propiedades determinantes de las figuras, las descripciones son principalmente visuales y las compara con elementos familiares de su entorno. No hay un lenguaje geométrico básico para referirse a figuras geométricas por su nombre (Gamboa-Araya y Vargas-Vargas, 2013).

Nivel 2: Análisis

El estudiante puede reconocer y analizar las partes y propiedades particulares de las figuras geométricas, pero no le es posible establecer relaciones o clasificaciones entre propiedades de distintas familias de figuras. Establece las propiedades de las figuras de forma empírica, a través de la experimentación y manipulación, no puede elaborar definiciones (Gamboa-Araya y Vargas-Vargas, 2013).

Nivel 3: Deducción Informal

El estudiante determina las figuras por sus propiedades y reconoce cómo se derivan de otras, construye interrelaciones en las figuras y entre familias de ellas. Establece las condiciones necesarias y suficientes que deben cumplir las figuras geométricas, por lo que las definiciones adquieren significado. Sin embargo, su razonamiento lógico sigue basado en la manipulación. Sigue demostrando, pero no es capaz de entenderlas en su globalidad, por lo que no le es posible organizar una secuencia de razonamientos lógicos que justifique sus observaciones (Gamboa-Araya y Vargas-Vargas, 2013).

Nivel 4: Deducción Formal

En este nivel el estudiante realiza deducciones y demostraciones lógicas y formales, al reconocer su necesidad para justificar las proposiciones planteadas. Comprende y maneja las relaciones entre propiedades y formaliza en sistemas axiomáticos, por lo que ya entiende la naturaleza axiomática de las matemáticas. Además, puede desarrollar secuencias de proposiciones para deducir una propiedad de otra, percibe la posibilidad de una prueba, sin embargo, no reconoce la necesidad del rigor en los razonamientos (Gamboa-Araya y Vargas-Vargas, 2013).

Nivel 5: Rigor

El estudiante está capacitado para analizar el grado de rigor de varios sistemas deductivos y compararlos entre sí. Puede apreciar la consistencia, independencia y completitud de los axiomas de los fundamentos de la geometría. Capta la geometría en forma abstracta (Gamboa-Araya y Vargas-Vargas, 2013). Este último nivel, por su alto grado de abstracción, debe ser considerado en una categoría aparte, tal como lo sugieren estudios sobre el tema Alsina, Fortuny, Pérez (1997); Gutiérrez y Jaime (1991) afirman que solo

se desarrolla en estudiantes de la universidad, con una buena capacidad y preparación en geometría.

La enseñanza de la geometría mediante el modelo geométrico de Van Hiele se centra en la determinación de la evolución del razonamiento geométrico de los sujetos. Se trata de un proceso lento que puede llevar incluso años, en el que se va pasando de un nivel al siguiente, sin que exista la posibilidad de saltarse ninguno de ellos. Cada nivel supone la comprensión y razonamiento geométrico por parte del estudiante de un modo distinto, por lo que su manera de definir, interpretar y demostrar los conceptos varía. Las fases a superar en cada nivel tienen como objetivo sugerir al docente cómo organizar los contenidos de cada nivel en distintos pasos para que así el estudiante pueda alcanzar el nivel siguiente de razonamiento (Gamboa-Araya y Vargas-Vargas, 2013).

Finalmente, la utilidad del modelo de Van Hiele para los docentes es doble. Por una parte, los niveles de razonamiento sirven de guía para valorar el progreso de los estudiantes en sus estrategias de pensamiento y, por otra parte, los niveles y las fases constituyen un marco de referencia para la organización de las clases de geometría (Ortega-Campo, 2016).

CAPITULO 3

LOS RECURSOS DIDÁCTICOS PARA LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA

Recurriendo a las metodologías activas se logrará la participación de todo el alumnado y su interacción con los elementos del aprendizaje.



Medir el área del aula o recurrir al tangram, entre las dinámicas que pueden hacer la geometría más atractiva.

Para facilitar el tránsito de Primaria a Secundaria conviene ofrecer a los alumnos dinámicas y actividades que les resulten entretenidas. Estas son algunas de ellas.

Medir figuras complejas con un *tangram*

Hay juegos que están quedando en el olvido con la llegada de las nuevas generaciones, como son los *tangrams*.

El tangram es un rompecabezas de origen chino que probablemente apareció hace tan solo 200 o 300 años. Los chinos lo llamaron “tabla de sabiduría” y “tabla de sagacidad” haciendo referencia a las cualidades que el juego requiere.

El **Tangram** es un rompecabezas que está compuesto por 7 piezas: un paralelogramo (romboide), un cuadrado y 5 triángulos. El objetivo de

este juego es crear figuras utilizando las 7 piezas. Las piezas deben tocarse, pero no superponerse.



Trabajando con el Tangram, aparte de estimular la creatividad y desarrollar la visión espacial, se profundiza en el conocimiento de diferentes áreas matemáticas, en concreto la geometría. Se puede utilizar para introducir algunos conceptos de la geometría plana.

Vamos a ver de qué figuras geométricas está formado el Tangram:

Triángulo: Es un polígono de tres lados y tres ángulos.



Cuadrado: Es un polígono de cuatro lados iguales y cuatro ángulos rectos.



Paralelogramo: Es un polígono paralelogramo de cuatro lados, cuyos lados y ángulos son iguales dos a dos.



Hoy damos un pequeño paso más allá e introducimos más figuras para poder hacer casi todo lo que nos podamos imaginar. Vamos a ver de qué figuras geométricas planas está formado el Gallo de Smartick:



El Gallo de Smartick tiene **1 cuadrado**:



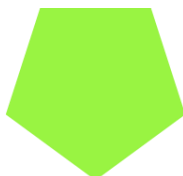
Si contamos encontraremos que el Gallo de Smartick está formado por **6 triángulos**:



También tiene **1 romboide**:



El gallo de Smartick tiene una tripa en forma de un pentágono. **Un pentágono** es una figura geométrica plana con cinco lados y cinco ángulos interiores iguales.



Sus patas forman un rectángulo. **Un rectángulo** es un paralelogramo que tiene lados iguales dos a dos y los cuatro ángulos rectos.



Esas patas que forman un rectángulo acaban en un óvalo. **Un óvalo** es un círculo aplastado que se asemeja a una forma ovoide o elíptica.



¡¡Con todas estas figuras planas que hemos aprendido puedes hacerte tu propio Tangram!!

Como solución, pretendemos dar la oportunidad a los y las estudiantes del Segundo Grado de Secundaria de la I.E. ANTENO ORREGO ESPINOZA de San Juan de Lurigancho – UGEL 05, de reforzar su aprendizaje y comprensión sobre el tema de geometría. Es un ejercicio que les encantará y que les invitará a retarse a ellos mismos. Incluso **pueden montar la figura por su cuenta** antes de hacer el cálculo, si lo quieren hacer más interactivo.

Primero, el docente debe proyectar un *tangram* montado en la pizarra y dejarles que los alumnos y alumnas contemplen con detenimiento (basta con uno o dos minutos). Luego, pedirles que calculen su área descomponiéndolo en piezas más pequeñas, que son las que se manipulan para hacer las creaciones. De esta manera, entenderán en qué consiste la geometría y sabrán emplearla para sus cálculos.

Geometría con manipulación de objetos

Esta propuesta es similar a la anterior, aunque buscamos dar el de las áreas a los volúmenes. Pueden tomar distintos objetos para manipularlos y hacer después sus cálculos. Comienza con un cubo, que será bastante más sencillo, en el que tendrán que aplicar la fórmula correspondiente. El docente puede dejarla escrita en la pizarra si nota que les resulta difícil.

Cuando lo hayan hecho, dejarles que vayan apilando otros cubos con las mismas dimensiones. Entenderán cómo, al hacer esto, solo tienen que sumar para **conocer el volumen de la nueva figura compuesta**. Después, el docente tiene la opción de complicarlo con más figuras, como cilindros o pirámides.

Construcción de una figura con otras

Cuando trabajamos en 2D, también podemos hacer actividades divertidas para **enseñar Matemáticas en la Educación Secundaria**. Explícales que deben construir la figura más extensa posible, utilizando solo cinco formas simples. Por ejemplo, invitarles a que hagan una con longitud superior a 20 centímetros o con anchura mayor que 50 centímetros.

La idea es que tengan que medir cada una, fabricada en cartulina preferentemente, con el propósito de sacar el área total de las demás. Posteriormente, podrán hacer la suma total para saber si han conseguido superar el límite. El docente puede hacer lo mismo, pero buscando lo contrario, es decir, que usen cinco formas, pero que en conjunto no excedan un cierto límite.

Determinar el área de la habitación

Esta cuarta opción la verán como un juego, y es que, de hecho, lo es. En su misma clase, sería estupendo que pudieran determinar el área usando un metro de gran tamaño o un medidor láser. En cualquier caso, lo idóneo es que entiendan cómo se calcula con precisión y puedan aplicarlo a una situación real como es **saber los metros cuadrados de su clase**.

Si el docente quiere complicarlo más todavía, puede pedirles que averigüen también el volumen total. Decirles que deben conocer cuántos litros de agua cabrían, para lo que deben conocer su densidad y el concepto de metros cúbicos. Esta será una actividad algo difícil, pero para la que buscaremos el trabajo en grupos de cuatro o cinco personas.

Calcular el volumen de una esfera real

Por último, queremos que también puedan practicar **circunferencias en Secundaria**. Con una esfera real (como puede ser una pelota hinchable), pueden tomar las mediciones que les permitan conocer el volumen total que posee. Dejarles que la toquen y que usen la cinta métrica para que tengan total libertad.

Resulta idóneo para que lleguen a familiarizarse con una de las figuras más complicadas de la geometría. De este modo, se les dará la motivación que necesitan al verse capaces de superar este desafío. El consejo es que el docente use una pelota igual, pero de menor tamaño, para que haga una prueba delante de la clase.

Como apoyo, puede recordarles las fórmulas para esferas o incluso dejarlas en la pizarra para que puedan consultarlas. Explícales antes qué es el número Pi, cómo se obtiene e **invítales a que investiguen en internet** por qué es ese exactamente. Con esto, también se estará impulsando su curiosidad para que no se aburran.

Con las ideas que hemos propuesto, el docente verá cómo sus alumnos y alumnas entienden mejores conceptos como el área, la circunferencia o el volumen. Puede emplearlas para consolidar los conocimientos adquiridos después de dar una unidad temática y justo antes del examen. De este modo, se estará facilitando su comprensión y por ende mejorar sus calificaciones.

Con las propuestas anteriores se sintetizan los temas básicos que se requieren para comprender los recursos didácticos para enseñar geometría en Segundo Grado de Secundaria de la I.E. ANTENOR ORREGO ESPINOZA de San Juan de Lurigancho. A partir de entender lo que se refiere a los recursos didácticos y su uso en la enseñanza de la matemática y en la geometría particularmente, se pretende reconocer que los recursos didácticos son el apoyo pedagógico que refuerzan la actuación del docente, optimizando el proceso de enseñanza-aprendizaje de los estudiantes; de la misma manera se los entiende como motivadores en el proceso formativo del estudiante, ya que fomentan la

exploración, manipulación y comprensión (Cabello-Santos, 2015). Para ello en este capítulo, como punto de partida, se hablará de los recursos didácticos y sus generalidades en la educación, además de su definición, funciones e importancia; a partir de esta visión general se abordará el tema principal de la investigación que es el uso de recursos didácticos en geometría analizando también sus ventajas y dificultades, también se hablará sobre el aprendizaje de la geometría con recursos didácticos, tomando en cuenta los resultados de una investigación de Ballesterro-Alfaro y Gamboa-Araya (2010) acerca de la visión de los docentes y estudiantes, por lo cual se considera una información valiosa para nuestro trabajo de investigación. Lo trabajado en este capítulo servirá de base para abordar el tercer capítulo referente a las diferentes investigaciones sobre propuestas didácticas en las que usan recursos didácticos para la enseñanza de la geometría.

3.1. Recursos didácticos: generalidades

Los recursos didácticos cumplen la función fundamental de ayudar al docente a mediar los conocimientos, y al estudiante en la construcción de conocimientos significativos; además, la importancia de utilizar recursos didácticos radica en que cambia el entorno de enseñanza al convertir el aula en taller o laboratorio de matemáticas, de tal manera que el estudiante desarrolla conocimientos a partir de su trabajo con la utilización de los recursos (Flores, et. al. 2011). Dicho esto, a continuación, se procede a desarrollar los diferentes apartados acerca de los recursos didácticos, con lo cual se podrá aclarar las ideas sobre el uso de los mismos.

3.1.1. Definición de recursos didácticos

Existen varias definiciones acerca de los recursos didácticos, entre estas definiciones se ha seleccionado las que se inclinan hacia un modelo con rasgos constructivista; de tal manera que los autores Cañas (2010), Morales (2012) y Hernández (2012) coinciden en sus definiciones acerca de que los recursos didácticos son un conjunto de elementos que facilitan el proceso de enseñanza- aprendizaje en las matemáticas, los mismos contribuyen a que los estudiantes logren el dominio de un contenido determinado, la adquisición de habilidades, destrezas y estrategias, así como también la formación de actitudes y valores. Afirman también que los recursos didácticos deben estar

orientados a cumplir con los objetivos de aprendizaje de la matemática. Para complementar esta definición González-Marí (2010) manifiesta que los recursos didácticos se pueden clasificar en manipulativos (tangram, geoplano, origami, bloques lógicos, en el caso de matemáticas) y virtuales (geogebra, tangram virtual y juegos online) asumiendo la importancia de despertar el interés de los estudiantes por aprender, además de familiarizarse con las características físicas de cada recurso didáctico.

En el DCBN 2019 también se encuentra, al referirse al área de matemáticas, la vinculación de recursos didácticos en su enseñanza. Afirma que es necesario que los recursos didácticos fomenten la creatividad, la socialización y la comunicación en un contexto de aprendizaje intuitivo y visual; al considerarse que el aprendizaje de las matemáticas debe iniciar de manera intuitiva y visual, se advierte también que este se debe concretar a través de la manipulación de recursos didácticos, de esta manera se puede obtener y comprender las propiedades matemáticas deseadas e introducir a su vez nuevos conceptos (MINEDU-2019).

3.1.2. Funciones de los recursos didácticos.

Existen diversas maneras de clasificar las funciones de los recursos didácticos. Rodríguez (2005) establece tres funciones que desempeñan los recursos didácticos:

- Función de apoyo al aprendizaje: los recursos favorecen la interiorización de los contenidos de una manera eficaz y significativa dentro del proceso de adquisición de aprendizaje. Los mismos juegan un papel esencial al ser canalizadores en la selección y almacenamiento de la información.
- Función estructuradora: ayuda a la hora de ordenar y estructurar toda la información que reciben, de manera que lo abstracto se verá transformado en conocimientos más concretos y accesibles, consiguiendo con ello, que los estudiantes obtengan aprendizajes más específicos y concretos.
- Función motivadora: todo recurso en educación tiene que ser llamativo, fuente de interacción y favorecedor del aprendizaje de forma agradable

y divertida, donde el estudiante considere toda actividad educativa como una ampliación más de su vida diaria.

Rebaza (2013) coincide con la función de apoyo al aprendizaje de Rodríguez, mencionando que los recursos didácticos ayudan a mediar en los aprendizajes de los estudiantes, apoyan las prácticas pedagógicas de los docentes y cumplen con la función básica de soporte de los contenidos curriculares que sirven como puentes entre el mundo de la enseñanza y el mundo del aprendizaje. En cambio, Moya (2010) coincide con la función motivadora de Rodríguez, en donde manifiesta que las funciones de los recursos didácticos son: proporcionar información, cumplir un objetivo, guiar el proceso de enseñanza y aprendizaje, contextualizar a los estudiantes, factibilizar la comunicación entre docentes y estudiantes, acercar las ideas a los sentidos y motivar a los estudiantes. Resulta importante también lo planteado por este autor ya que afirma que para que los recursos didácticos cumplan su función es necesario diseñarlos y seleccionarlos pensando en el grupo con el que se va a trabajar.

3.1.3. ¿Por qué es importante usar recursos didácticos?

Milagros (2006) explica que los recursos didácticos son importantes porque dan a los estudiantes la oportunidad de manipular y participar de forma directa, permite que concentren su atención y comprendan con facilidad los contenidos. Además, el autor coincide con Chisag y Flores (2017) al manifestar que usar recursos es importante porque despiertan y desarrollan el interés del estudiante y de esta manera ayudan a favorecer el desarrollo integral, a su vez ayuda al docente a cumplir con su función educativa y sirve para poner en práctica lo aprendido.

La importancia del recurso didáctico radica en que permite al estudiante comprender la realidad a través de un objeto y saber que existe y que está en sus manos, y por lo tanto bajo su control. De ahí la importancia de utilizar los recursos didácticos, para lograr mayores aprendizajes; el estudiante al tener a su alcance y manipular recursos va perdiendo el temor y esto le permite entender que no todo está dicho, que aún falta mucho por investigar, y es él quien tiene a su cargo esta responsabilidad (Cordero-Eras, 2010).

Finalmente, la importancia que tiene el uso de los recursos didácticos, es que proporciona al estudiante una experiencia única, irrepetible e individual que le facilita la adquisición del aprendizaje (Navarrete-Rodríguez, 2017). A partir de lo mencionado se profundizará sobre el tema central del trabajo de investigación.

3.2. Uso de recursos didácticos en geometría

La geometría es considerada como la herramienta para el entendimiento y es parte de las matemáticas más intuitiva, concreta y ligada a la realidad, se relaciona con la geometría dinámica y el modelo de Van Hiele ya que son enfoques que permiten resolver problemas mediante la experimentación. De esta manera el uso de recursos didácticos facilita los procesos de enseñanza y aprendizaje de los estudiantes en geometría, pues les permite experimentar situaciones de aprendizaje de forma manipulativa, que los lleva a conocer, comprender e interiorizar las nociones estudiadas, por medio de sensaciones (Área, et. al. 2010). En este sentido Castro (2009) afirma que en la enseñanza de la geometría los recursos didácticos proporcionan al estudiante la oportunidad de manipular, experimentar e investigar, ayudándole a desarrollar gradualmente la visualización espacial. Con respecto a la selección de recursos didácticos, Navarrete-Rodríguez (2017) menciona que cuando se seleccionan recursos didácticos para utilizar en geometría; además de su calidad objetiva se debe considerar en qué medida sus características específicas están en relación con los aspectos curriculares de cada contexto educativo.

Se debe tener en cuenta a la hora de elaborar y crear actividades de aprendizaje para que éstas propongan a los docentes unos verdaderos retos o interrogantes, ya que mediante los recursos didácticos se intenta que los estudiantes lleven a cabo la investigación y búsqueda de soluciones de manera independiente, que sean responsables de sus propias capacidades y sobre todo que muestren interés de manera liberal por todo aquello que les rodea e incluso que disfruten de ello; en definitiva, que aprendan (Navarrete-Rodríguez 2017).

Ausubel (1979) pone en manifiesto que una de las condiciones más importantes para que haya aprendizaje significativo es que el recurso debe ser potencialmente significativo; es decir que posea significado lógico geométrico

y que tenga en cuenta las ideas que el estudiante ya posee para que pueda relacionarlas con las nuevas. Entonces los recursos deben adaptarse al nivel de desarrollo del estudiante.

Finalmente, Alsina, Burgués y Fortuny, (1987) sostienen que el uso de recursos didácticos en geometría es muy importante en la adquisición de conceptos, relaciones y métodos geométricos, ya que posibilita una enseñanza activa, de acuerdo con la evolución intelectual del estudiante.

3.3. Aprender geometría con recursos didácticos

Para trabajar algunos recursos didácticos en la enseñanza de la geometría se debe comenzar por analizar qué y cómo hay que enseñar la geometría en el nivel educativo. Los docentes, al ocupar en sus prácticas los recursos didácticos, promueven que es una herramienta indispensable en la enseñanza de la geometría, porque permiten entender con mayor claridad los contenidos geométricos. Al usar los estudiantes desarrollan las diferentes habilidades cognitivas (Fabres- Fernández, 2016).

Aprender geometría con el uso de recursos didácticos es llegar a estimular el interés por el aprendizaje de esta ciencia, ya que muestra de una manera distinta la realidad que rodea al estudiante, además de desarrollar habilidades imaginativas y creativas a través del trabajo con los recursos didácticos. Una meta deseable de esta área es que el estudiante llegue a recrearse con el aprendizaje de la geometría durante toda su vida, el estudiante interactúa con objetos concretos en un espacio físico; tanto lo real como las interacciones pueden ser matematizadas, es decir, representadas esquemáticamente como entes geométricos (Fabres-Fernandez, 2016).

A continuación, se nombran algunos recursos didácticos que se han reportado desde la literatura de la didáctica de la geometría, estos recursos serán explicados a profundidad en el tercer capítulo.

- **Geoplano:** creación de figuras geométricas mediante el uso de líneas con diferentes posiciones. (Cordones-Tasigchana, 2020)
- **Tangram clásico:** formar siluetas de figuras mediante una serie de piezas (López-Pérez, 2017).
- **Origami:** elaboración de figuras mediante el doblado del papel (Martínez-Colmenares, 2017).

- **Bloques Lógicos:** creación de cuerpos geométricos (Nario- Rojas, 2019).
- **Policubos:** permite visibilizar y comprender diferentes conceptos geométricos (Puente- Herrera, 2020).
- **Varillas de mecano 2D y 3D:** creación de figuras propias (Miguens-Pereda, 2016).
- **Geoespacio:** representaciones de figuras y cuerpos geométricos, en donde se puede evidenciar volúmenes de las figuras (Vara-Orozco, 2003).

Finalmente, aprender geometría con recursos didácticos proporciona al estudiante las herramientas y argumentos para comprender el mundo; por ello, la geometría es considerada como la herramienta para el entendimiento y es la parte de las matemáticas más intuitiva, concreta y ligada a la realidad. Con lo mencionado anteriormente el aprendizaje de la geometría pasa secuencialmente desde el reconocimiento y análisis de las formas y sus relaciones, hasta la argumentación formal y la interrelación entre distintos sistemas geométricos; por lo tanto, es importante que el aprendizaje de la geometría favorezca el desarrollo de habilidades para visualizar, comunicar, dibujar, argumentar y modelar (Galindo, 1996).

3.4. Algunas ventajas del uso de recursos didácticos en geometría

Rodríguez (2011) indica que al utilizar recursos didácticos en geometría, se favorece los procesos de aprendizaje de habilidades y de conocimientos, siempre que se conciban a los recursos como un medio al servicio de un proceso que se pretende desarrollar, ya que mejora la calidad de la educación si estos están bien utilizados, también favorece a que el conocimiento de la geometría fortalezca la capacidad de razonar, abstraer, analizar, discrepar, decidir, sistematizar y resolver problemas (González-Marí, 2010).

De igual manera, el uso de los recursos didácticos en geometría para trabajar un determinado contenido genera numerosas ventajas en una diversidad de ámbitos; tanto en el desarrollo personal y social del estudiante como en su nivel intelectual, ejerciendo una influencia educativa en el aprendizaje de contenidos. Por lo tanto, la realización de una serie de actividades específicas con un determinado recurso didáctico constituye el

punto de partida para la comprensión y adquisición de determinados contenidos geométricos. Por razones como estas, las diversas ventajas del uso de los recursos didácticos en geometría se pueden concretar siguiendo a González-Marí (2010):

- Los recursos didácticos ofrecen actividades geométricas atractivas y motivadoras para hacer cambiar la actitud de los estudiantes hacia el ámbito de la geometría.
- Permite progresar con eficacia a la mayoría de los estudiantes; aplicando diferentes procedimientos, técnicas o medios.
- Permite al estudiante participar activamente y realizar actividades de manera autónoma.
- Los recursos didácticos son flexibles, se pueden adaptar a cualquier nivel, grupo de estudiantes e incluso a cualquier actividad.
- Permiten el trabajo en grupo por parte de los estudiantes, lo que genera que se produzca la interacción, el debate y la colaboración entre docente y estudiantes.

3.5. Algunas dificultades con el uso de recursos didácticos en geometría

Una vez conocida y argumentada la importancia del uso de los recursos didácticos, así como de sus ventajas, desde la literatura se señala que también existen dificultades.

Según Navarrete-Rodríguez (2017) existe tres factores que son los causantes de las dificultades que pueden surgir al usar los recursos didácticos en geometría:

Con respecto al docente: en función a su formación didáctica, científica y la concepción de la geometría incide en el uso de los recursos didácticos. Por lo que el docente que se plantea como objetivo principal que el estudiante construya sus propias experiencias, verá necesario y justificará la introducción de los recursos didácticos. En cambio, los docentes que conciben la enseñanza solamente por transmisión de conocimientos no verán conveniente el uso de otros recursos distintos de los más tradicionales como la pizarra, la tiza o el

libro de texto; teniendo en cuenta que el desconocimiento de la existencia de recursos didácticos es otro factor que condiciona su utilización.

Con respecto al estudiante: la decisión de usar determinados recursos didácticos son factores que influyen directamente en el interés, motivación, participación e implicación por aprender.

Con respecto a la Institución Educativa: como señala Coriat (1997) el docente necesita fundamentalmente el apoyo de la Institución Educativa y del resto de docentes que con su crítica, comentarios o aliento son los mejores interlocutores para promover o inhibir el uso sistemático y sensato de recursos didácticos.

Por otra parte, González- Marí (2010) hace referencia a dos tipos de dificultades al usar recursos didácticos en geometría, una más enfocada a las dificultades que el docente pueda tener, y la otra relacionada con las dificultades y problemas que generan la inducción de los recursos didácticos en un aula:

a. Dificultades que generan la inducción de los recursos didácticos en un aula - Precio elevado que presentan los recursos didácticos; aunque por el contrario ante esta situación se puede optar por la elaboración propia.

b. Dificultades del docente - Estructural, porque puede dificultar el agrupamiento o la distribución de la clase por las condiciones físicas que presentan.

Grupo de clase muy numeroso.

Exigencia al profesorado, en el sentido que trabajar con recursos didácticos requiere una mayor preparación, por lo que necesitará más tiempo para el diseño de las clases.

A pesar de las ventajas y dificultades que se han plasmado acerca de la geometría, hemos considerado importante para este trabajo de investigación tomar en cuenta los resultados de las investigaciones acerca de la visión de docentes y la de estudiantes al utilizar recursos didácticos en geometría. Los mismos se abordarán a continuación.

3.6. Visión de los docentes acerca de la geometría

Autores como Abrate, Delgado y Pochulu (2006) señalan que algunos docentes priorizan la enseñanza de las matemáticas y van desplazando los contenidos de geometría hacia el final del curso, lo que les implica en varios casos la exclusión de estos temas o su atención de manera superficial. La enseñanza de la geometría de esta manera ha provocado que esta sea considerada como una disciplina difícil y poco útil para la mayoría de los estudiantes. Aunque los docentes, en su mayoría, son conscientes de la importancia de la geometría como una disciplina aplicable a muchos contextos y situaciones reales (Báez e Iglesias, 2007).

Báez e Iglesias (2007) señalan que, a nivel de educación básica, la enseñanza de las matemáticas presenta dificultades, particularmente la enseñanza y aprendizaje de la geometría, pues los docentes no desarrollan los contenidos geométricos contemplados en el currículo ya sea por desconocimiento de la importancia de la disciplina, o por poco dominio de los contenidos geométricos. En aquellos casos que sí se desarrollan, se enfatiza un enfoque tradicional de enseñanza con el uso de fórmulas y cálculo de áreas.

El uso de recursos didácticos para la enseñanza de la geometría es una responsabilidad docente. Seleccionar los más adecuados depende de ellos. De esta manera el docente que enseña geometría debe tener presente que el fin de su enseñanza es desarrollar en los estudiantes ciertas habilidades que les permitan: analizar características, propiedades de las figuras geométricas y desarrollar argumentos para relacionarlas con situaciones de la vida cotidiana; usar sistemas de representación para lograr la localización espacial; aplicar transformaciones para analizar situaciones matemáticas; usar la visualización y el razonamiento espacial para la construcción de modelos geométricos, con los cuales explicar fenómenos reales y situaciones geométricas particulares (Ballesterio-Alfaro y Gamboa-Araya, 2010).

Estos mismos autores afirman que, para que el aprendizaje de la geometría no carezca de sentido, es importante que el docente se preocupe por buscar un equilibrio entre la asociación de habilidades de visualización y las de argumentación, pues ambas habilidades son fundamentales dentro del proceso formativo del estudiante, además de usar recursos didácticos

pertinentes para los diferentes contenidos geométricos; es decir, no se trata sólo de enseñar contenidos como una receta o por cumplir con lo estipulado en el currículo, sino que se pretenda que con la enseñanza de la geometría los estudiantes aprendan a pensar lógicamente.

Una vez analizado la visión de los docentes, hemos considerado importante también tener en cuenta la perspectiva de los estudiantes acerca de la geometría con el uso de recursos didácticos. Para conocer las concepciones de ambas partes.

3.7. Visión de los estudiantes acerca de la geometría

Respecto a la importancia de aprender geometría, Ballester-Alfaro y Gamboa-Araya (2010) en su investigación encontraron que los estudiantes no ven a la geometría como un área importante; entre las razones que apuntaron para justificar esta idea se encuentran:

- Porque es una materia aburrida.
- Porque no ven el modo de utilizarla ni ahora ni nunca y piensan que mucha gente también lo piensan así.
- Porque no tiene nada que ver con la carrera que ellos quisieran estudiar.
- Porque es muy difícil.
- No les gusta, es innecesaria, es el tema que complica la resolución del examen de matemática.
- Porque eso se debería ver en el colegio y no en la superior.

Torres (2001) manifiesta que la geometría es una disciplina rechazada por muchos estudiantes, debido a su aparente complejidad y aburrimiento, a su carácter abstracto y poco motivador y no logran descubrir que la geometría es una ciencia fascinante, al contrario, piensan que es una disciplina difícil de entender, por lo que es necesario terminar con esos mitos que la caracterizan. Otra situación típica es que los estudiantes tienen que recurrir a memorizar los teoremas o las formas de resolver los problemas, pues es la única manera de llegar a aprobar los exámenes.

También se encontró que, según la opinión de los estudiantes, el uso de cartulina, periódico, tijeras, goma, recurso didáctico concreto, algún programa

computacional especial para geometría y equipo tecnológico (computadora, proyector de multimedia, calculadoras, entre otros) son poco empleados por los docentes (Ballesterio-Alfaro y Gamboa-Araya, 2010). Con lo mencionado anteriormente, nos recuerda a los periodos de prácticas en varias escuelas, en donde se observaba y analizaba que la mayoría de docentes no enseñan geometría con el uso de recursos didácticos, es más no se veía clases de geometría, ya que los docentes dejaban para el final del bimestre el bloque de contenidos geométricos.

Finalmente, el uso de recursos didácticos en geometría es importante, ya que se ha evidenciado que el estudiante se encuentra con una dificultad cuando estudia la disciplina porque el mismo proceso educativo en el que se encuentra inmerso no le permite visualizar esa importancia con suficiente claridad; de manera que el aprendizaje de la geometría carece de sentido y con el tiempo repercute en su proceso académico (Báez e Iglesias, 2007). Además, las diversidades de recursos didácticos existentes son necesarios para las diferentes formas de aprendizaje que tienen los estudiantes, es decir, la finalidad de todo es el aprendizaje. Los recursos didácticos son instrumentos o el camino para que los estudiantes obtengan de la manera más autónoma posible los diferentes aprendizajes que se necesitan en la vida. Por lo tanto, los docentes deben ser mediadores culturales entre el estudiante y los currículos, de forma que tengan en sus manos los mejores recursos para hacer llegar de una forma u otra los conocimientos a los estudiantes. Por ello se considera importante enseñar geometría con el uso de recursos didácticos ya que despierta el interés de los estudiantes y les ayuda a cambiar su estructura mental al ser activos en la construcción de su propio conocimiento.

CAPÍTULO 4

USO DE RECURSOS DIDÁCTICOS MANIPULABLES PARA LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA

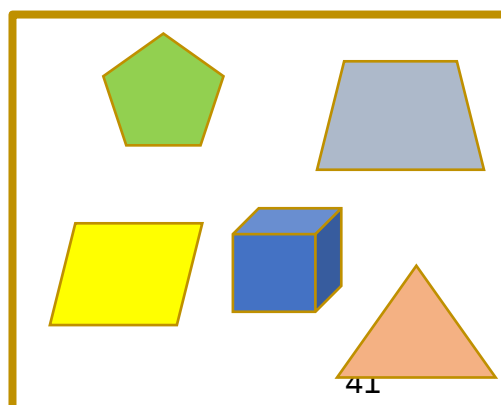
El presente capítulo tiene como objetivo conocer las propuestas que existen sobre el empleo de recursos didácticos para la enseñanza de la geometría en educación básica elemental y media, a partir de la revisión de investigaciones sobre el tema. Para alcanzar este objetivo se ha considerado necesario abordar como primer punto, la definición de algunos recursos didácticos y su uso. A partir de esta parte se expone una propuesta didáctica para cada recurso, reportada desde la investigación. De igual manera se incluye una tabla en la que, a partir de la revisión de los recursos didácticos realizada, se vinculan las destrezas de geometría de la educación básica elemental y media del currículo ecuatoriano con los materiales didácticos que se consideran, aportarían a su desarrollo. Como aporte final del capítulo se ha optado por anexar indicaciones para la construcción fácil de algunos recursos didácticos para de esta manera propender su uso en las clases de geometría.

4.1. Propuestas para trabajar la geometría con el uso de recursos didácticos manipulables.

A continuación, se presentará, describirá y reportará algunos recursos didácticos como el geoplano, tangram, origami o papiroflexia, bloques lógicos, policubos, varillas de mecano, mecano magnético y geoespacio para la enseñanza de la geometría. Las investigaciones de los recursos mencionados provienen de contextos nacionales e internacionales que han hecho uso de estos recursos didácticos en geometría.

4.1.1. Geoplano

Figura 2. Recurso didáctico Geoplano



4.1.1.1. Definición, uso y propuesta desde la investigación:

El geoplano es un recurso didáctico construido generalmente con una base cuadrada de madera, unos clavos fijados a ella en diversos tipos de posiciones y un conjunto de ligas, preferiblemente de colores. El geoplano es un recurso multivalente que permite a los estudiantes obtener una mayor comprensión de diversos términos de la geometría. También permite a los estudiantes la formación de figuras geométricas, el establecimiento de semejanzas y diferencias entre paralelismo y perpendicularidad, así como también permite que se identifique la relación entre superficie, volumen, entre otros conceptos geométricos (Barreto, 2011) (Verdugo et. al. 2000).

Además, el geoplano es potencialmente beneficioso para estimular y despertar la creatividad, buscando integrar lo pedagógico con el desarrollo de estrategias y habilidades cognitivas. Este recurso puede comenzar a utilizarse en los primeros años de escolarización (Verdugo. et. al. 2000).

Por otra parte el autor Cabello-Santos (2015) da su punto de vista sobre las capacidades cognitivas de los estudiantes al usar el geoplano: construyen figuras geométricas en forma libre o a partir de modelos dados, reconocen y describen figuras geométricas, reconocen propiedades de las figuras geométricas, identifica polígonos regulares, realizan traslaciones, rotaciones, ampliaciones, reducciones y simetrías de diferentes figuras, formulan y resuelven problemas relacionados con figuras geométricas a partir de situaciones de la vida cotidiana.

Esta propuesta didáctica es muy interesante para **trabajar la geometría**, pues sirve tanto para introducir conceptos geométricos como para repasarlos. Siempre de forma manipulativa. Puede **introducirse al inicio de la primaria** para que el niño manipule, juegue y aprenda por sí mismo y también **durante toda la secundaria**.

Qué es un geoplano y para qué se utiliza

Es un material manipulativo utilizado en matemáticas, formado por un tablero de madera o plástico, con varios pivotes que forman una cuadrícula o circunferencia. En tamaño del geoplano es variable y la disposición de los pivotes también.

Con él, los niños y las niñas pueden construir formas geométricas, descubrir propiedades de los polígonos, aprender sobre áreas, perímetros o incluso resolver problemas matemáticos. Se trata de un **recurso imprescindible para aprender matemáticas**.

¿Quién creó el geoplano?

El geoplano fue creado por el matemático egipcio Caleb Gattegno en 1960. Gattegno buscaba un método para enseñar la geometría de una forma más manipulativa.

Aunque hoy en día la mayoría de geoplanos son de plástico, el original consistía en un tablero cuadrado de madera con clavos formando una trama, de tal manera que estos sobresalían y se podían enganchar gomas elásticas para representar diferentes elementos y figuras geométricas.

Por tanto, es fácil hacer un geoplano casero, solo necesitas un tablero de madera y clavos. Si no te ves haciendo un geoplano, también los puedes comprar. En ese caso, el tablero estará formado por pivotes.

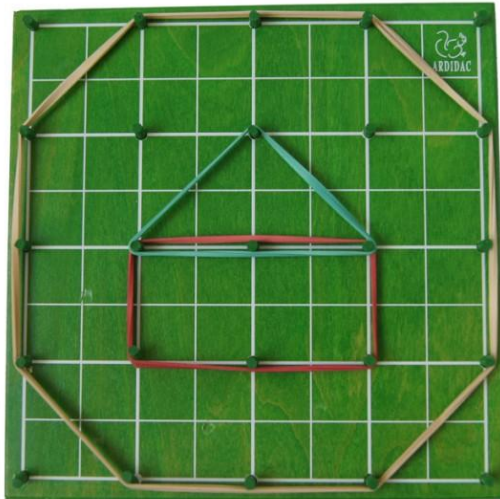
Tipos de geoplano

En el mercado puedes encontrar diferentes geoplanos dependiendo de cómo están dispuestos los pivotes. Dentro de cada tipo tienes geoplanos de distintos tamaños y fabricados en madera o en plástico.

1. Geoplanos ortométricos

Los pivotes están dispuestos en una trama cuadriculada.

Aquí puedes verlo de madera:



Los de plástico son de doble cara (una cara es ortométrica y otra isométrica) y puedes encontrarlos individuales o en sets de seis:

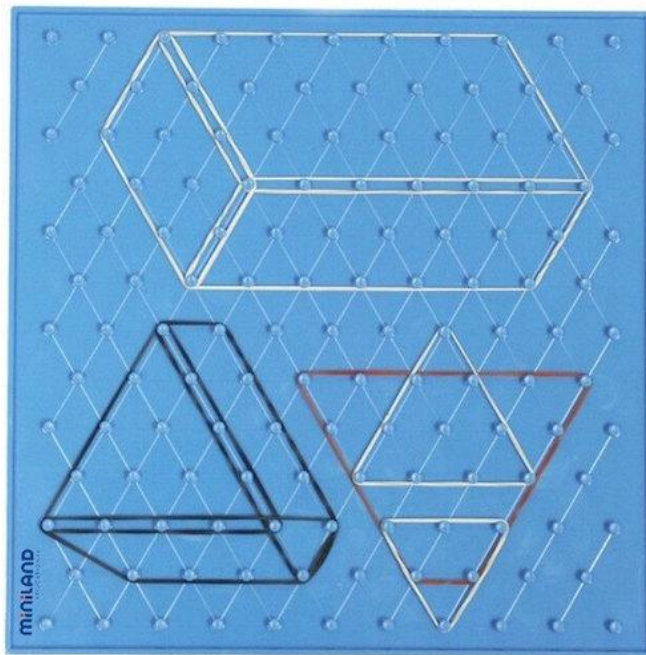


También existen geoplanos transparentes, individuales o en sets de seis:

2. Geoplanos isométricos

De trama triangular, los puntos están situados en los vértices de triángulos equiláteros. Por ello, dados dos puntos consecutivos siempre están a la misma distancia.

Las composiciones y los problemas que se pueden proponer son diferentes a los planteados con los geoplanos ortométricos.



3. Geoplano circular

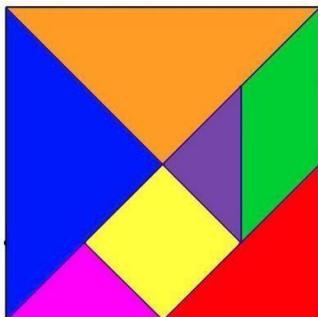
Los pivotes están dispuestos en una circunferencia. Se puede usar para estudiar las propiedades de los elementos de la circunferencia y de las figuras inscritas y circunscritas en ella. Además, permite construir polígonos regulares. En un geoplano circular de 12 pivotes como el de la imagen, se pueden construir polígonos regulares de 3, 4, 5, 6, 8 y 12.

Los hay de madera, de dos círculos concéntricos con 12 pivotes cada uno:



4.1.2. Tangram clásico

Figura 3. Recurso didáctico Tangram

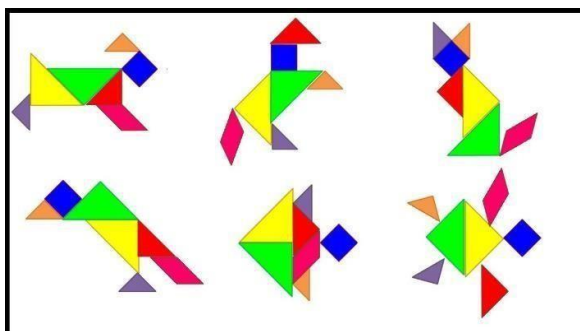


4.1.2.1. Definición, uso y propuesta desde la investigación:

El Tangram es un recurso didáctico chino muy antiguo denominado Chi Chiao Pan que significa juego de los siete elementos, consiste en formar siluetas de figuras con la totalidad de una serie de piezas dadas. Las siete piezas juntas forman un cuadrado y son las siguientes: cinco triángulos de diferentes tamaños (dos grandes, dos pequeños y uno mediano), un cuadrado y un paralelogramo romboide (Naranjo, 2010).

El principal reto de este recurso didáctico consiste en formar figuras con todas las fichas sin superponerlas combinando sus unidades básicas cada vez de forma distinta, el tangram resulta de la descomposición de un polígono regular con una intención específica, permite la construcción de cientos de formas figurativas y abstractas al combinarlas adecuadamente; partiendo de una figura estática se pueden efectuar innumerables movimientos gracias al conjunto de sus elementos, que de este modo se liberan de la inmovilidad (Martínez, 2007). Tal como se observa en la Figura 4.

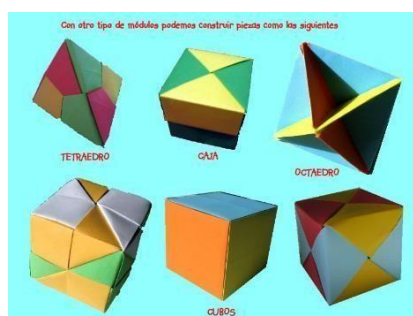
Figura 4. Ejemplo de figuras con el Tangram.



Miller, Heeren y Hornsby (2006) señalan que al usar el tangram se estimula la imaginación, la creatividad y el desarrollo de destrezas y habilidades en los estudiantes. También es beneficioso en la educación de la matemática para encajar conocimientos de geometría plana y promover el desarrollo de capacidades psicomotrices e intelectuales en los estudiantes. Otro aporte planteado para este material es que permite ligar de manera lúdica la manipulación concreta del recurso, con la formación de ideas abstractas. Los autores concuerdan en que el tangram es un recurso didáctico excelente para entender, analizar y determinar fórmulas entre área y perímetro, por lo que es útil desde la formación escolar hasta la universitaria. Cabello-Santos (2015) complementa que el tangram permite a los estudiantes desarrollar la concentración, memoria, creatividad, identificar las formas geométricas básicas, identificar tamaños (grande, mediano y pequeño), desarrollar secuencias lógicas, armar siluetas de objetos, frutas, animales, determinar la noción de simetría y asimetría, construir conceptos de líneas paralelas, perpendiculares, punto medio de un segmento, y diagonales de un cuadrado.

4.1.3. Origami o papiroflexia

Figura 5. Recurso didáctico Origami o papiroflexia



4.1.3.1. Definición, uso y propuesta desde la investigación:

La palabra Origami viene del vocablo de origen japonés, su escritura está compuesta por dos caracteres: ori = plegar y kami = papel, se puede definir como un arte educativo en el que se desarrolla la creatividad. Comúnmente el origami ha sido asociado como un pasatiempo, a tomar un trozo de papel, plegarlo y obtener de él una figura, pero no es así; es un arte

que sirve como complemento educativo de muchas actividades del aula (Reyes-Peña, 2006).

López y García (2008) afirman que al hacer los dobleces implícitamente los estudiantes están en contacto con diversos conceptos geométricos: cuadrado, diagonal, triángulo, triángulo rectángulo, etc. El origami es uno de los diversos recursos didácticos, que al utilizarlo permite un aprendizaje dinámico de la geometría, donde los conceptos aparecen y reaparecen integrando manipulación, teoría, arte y estimulando niveles de abstracción.

De igual manera los autores mencionan que es pertinente mencionar algunos de los beneficios y cualidades al utilizar este recurso didáctico como son: da al docente de geometría una herramienta pedagógica que le permita desarrollar diferentes contenidos, no solo conceptuales, sino también procedimentales, también desarrolla habilidades motoras finas y gruesas que a su vez permitirá al estudiante desarrollar otros aspectos, como lateralidad, percepción espacial y la psicomotricidad; motiva al estudiante a ser creativo, ya que puede desarrollar sus propios modelos e investigar la conexión que tiene con la geometría no sólo plana sino también espacial. Así mismo el origami permite a los estudiantes generar sus propias figuras y trabajar sobre ellas distintos conceptos geométricos. Los desafíos con figuras geométricas llaman la atención a los niños/as y se puede aprovechar su potencial para generar actividades abiertas y favorables a la exploración de las propiedades de las figuras geométricas.

Así mismo la Revista Educación y Pedagogía nos ilustra sobre la utilidad del origami en la enseñanza de la geometría. La publicación se titula “El placer de doblar el papel”.

EL PLACER DE DOBLAR PAPEL. MOSTRACIONES Y ALGUNAS APLICACIONES MATEMÁTICAS

Cuando realizamos en origami cualquier figura y luego la deshacemos, volviendo la hoja a su estado original, nos encontramos con una especie de plano geométrico de la figura que hemos elaborado.

¡El presente trabajo no pretende un axiomatización o formalización de la geometría de dicho plano; esta labor ya la han desarrollado algunos de los autores mencionados en la bibliografía. Nuestro interés se centra, más bien,

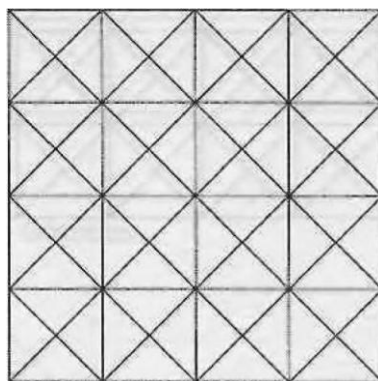
en llamar la atención sobre algunas aplicaciones que se desprenden de la actividad de doblar papel, a conceptos matemáticos como sucesión, límite, serie, convergencia y a algunas nociones de la geometría euclidiana.

ALGUNAS APLICACIONES MATEMÁTICAS DEL ORIGAMI

La hoja de papel hace parte de todo un arsenal de ayudas educativas funcionales y económicas que un profesor puede incorporar al quehacer docente dentro de un aula de clase en cualquiera de los niveles escolares. Como cualquier ayuda pedagógica, ella sólo tiene una limitación: la imaginación o la creatividad de quien la use.

El mosaico de dobleces, después de construida la caja, es un material tangible, como también una ayuda pedagógica en la cual, mediante la imaginación, la creatividad y un poco de esfuerzo, podemos darle vida a expresiones matemáticas que nos parecía imposible llegar a familiarizarnos con ellas.

Figura 6



Pasemos ahora a desglosar la cantidad insólita de temas matemáticos: aritméticos, geométricos, algebraicos y algunos del cálculo, implícitos en la actividad papirofléxica que acabamos de ejecutar.

-saliéndonos por un momento del doblado del doblado de papel-, si recordamos los dos triángulos en que dividimos el cuadrado por su diagonal, podemos *mostrar* con ellos el tablero de ajedrez, un mantel en la mesa del

comedor o un tendido de cama -obviamente que con los estampados geométricos respectivos-, las rejas protectoras de un patio, una jaula para pájaros, el enmallado de una fábrica o una universidad, las cerchas en el techo de un coliseo cubierto o una iglesia moderna...

Temas geométricos

1. No es gratuito el hecho de que en el doblado de papel una de las figuras claves sea precisamente el cuadrado. Éste ha intrigado a más de una cultura: la china, la japonesa, la griega.... El cuadrado mágico de lado 3 es uno de los más antiguos, según lo narra Emmanuel Lizcano (1993). Es, además, una de las figuras más virtuosas de la geometría; reúne en sí mismo las características de los polígonos: cuadrilátero, rectángulo, paralelogramo, trapecio y rombo.

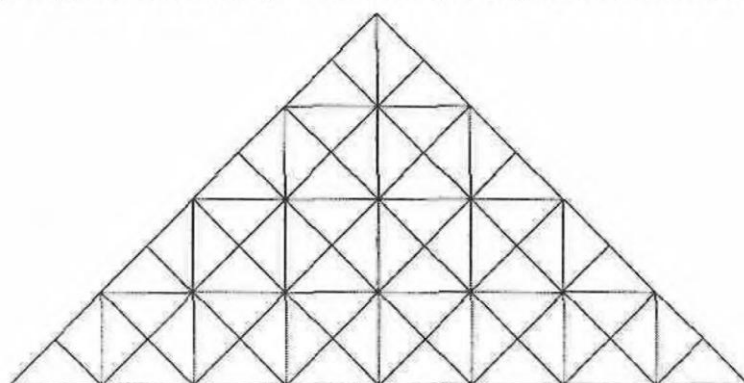
De otro lado, sus diagonales son perpendiculares y las bisectrices de los ángulos cuyos vértices unen, son iguales y además se cortan en sus mitades.

Cuando en el cuadrado hacemos un doblez por una de sus diagonales, lo hemos dividido en dos triángulos rectángulos isósceles congruentes e igualmente vemos que el área de cualquiera de esos dos triángulos es la mitad del área del cuadrado del cual iniciamos.

Y a propósito de lo que acabamos de comentar los siguientes problemas geométricos, tal como se acostumbra con el entretenido, apasionante y muy enriquecedor juego chino del tangram.

Figura 7

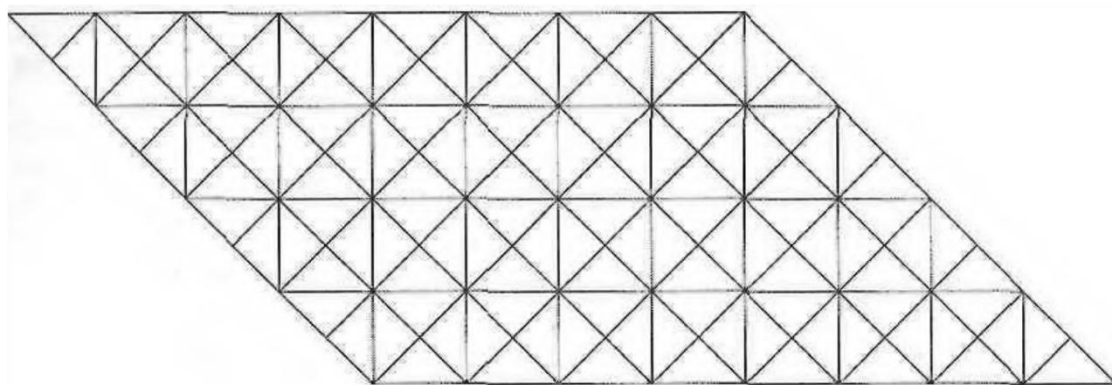
- a. Construir un triángulo igualmente rectángulo isósceles que tenga la misma área del cuadrado.



1. Rompecabezas compuesto por siete figuras geométricas: cinco triángulos (dos pequeños, uno mediano y dos grandes), un rombo y un cuadrado. Todas ellas cortadas de un mismo cuadrado.

b. Construir un paralelogramo de idéntica área al cuadrado original.

Figura 8



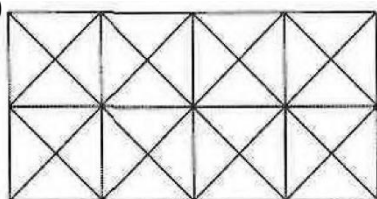
2. Siguiendo con nuestra hoja, podemos ejecutar en ella los dobleces adecuados para que nos genere un paralelogramo similar al referido en el literal anterior.

Figura 9



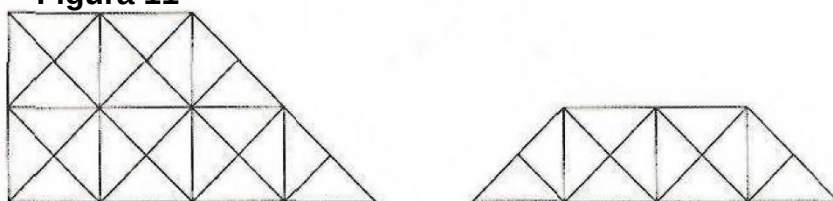
3. Podemos bocetear un rectángulo:

Figura 10



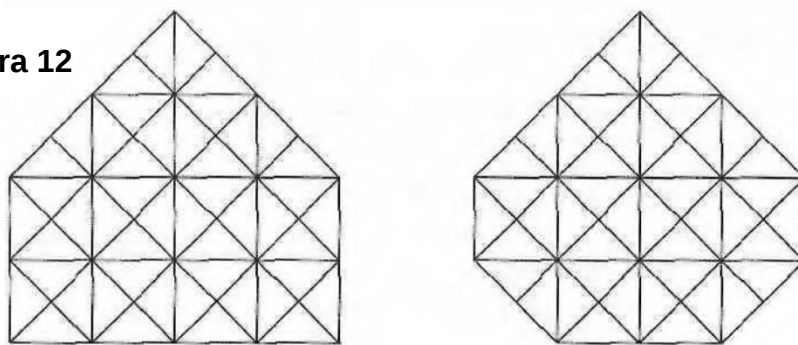
4. Un trapecio rectángulo o uno isósceles:

Figura 11



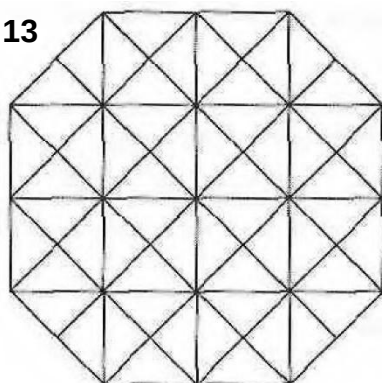
5. Una clase particular de pentágono y heptágono:

Figura 12



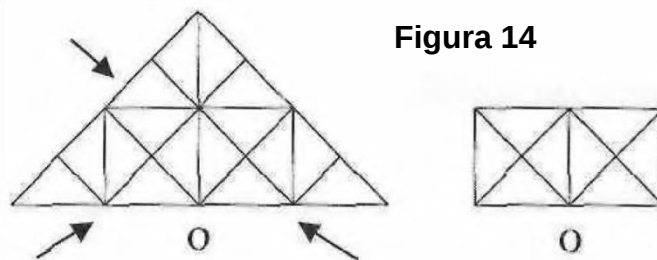
6. Un octógono con sus lados iguales cuatro a cuatro:

Figura 13



7. Podemos demostrar² que la suma de los ángulos internos de un triángulo cualquiera es 180° . Para ello volvamos a la división del cuadrado de dos triángulos. Si llevamos los tres vértices al punto común “O”, los tres ángulos quedan en línea recta formando un ángulo plano o sea 180° .

Figura 14

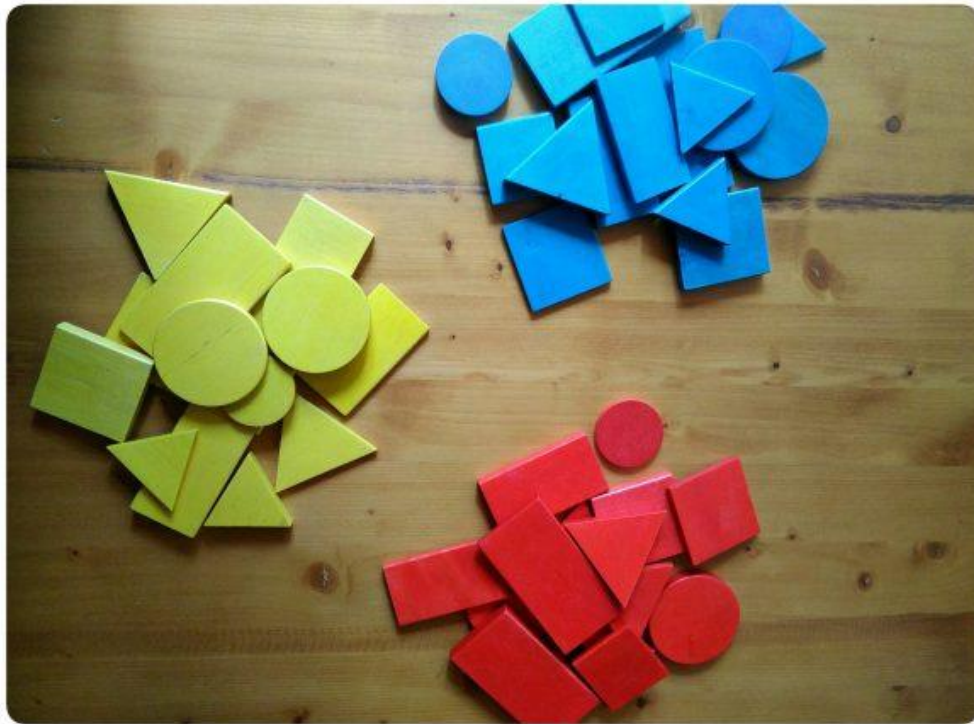


2. Demostración: acercamiento intuitivo de carácter operatorio y multisensorialmente tangible a conceptos científicos de tipo matemático, físico, biológico o químico (Monsalve, 2000).

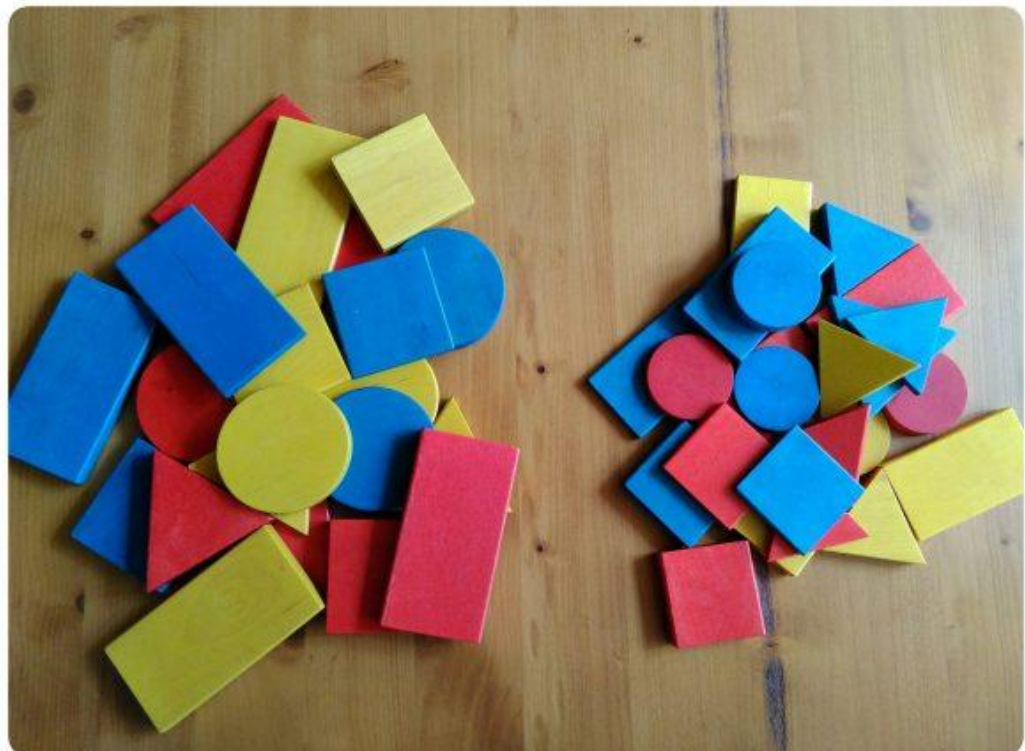
4.1.4. Bloques lógicos

Figura 15. Recurso didáctico Bloques lógicos.

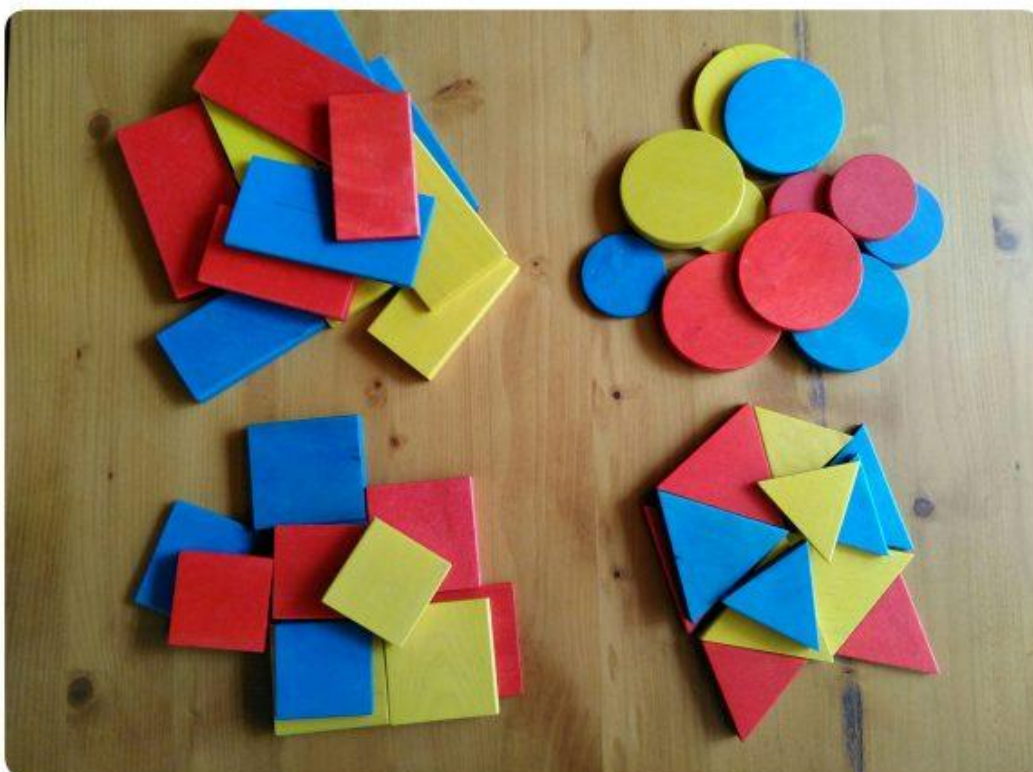
- Agrupación por colores:



- Agrupación por formas:



• Agrupación por tamaños:



• Agrupación por grosor:



Los juegos pueden complicarse un poquito más a medida que se combinan varias características, forma y grosor, tamaño y forma, etc. Un ejemplo que combina las cuatro características sería: identifica cuadrados gruesos con sus distintos tamaños y colores.



4.1.4.1. Definición, uso y propuesta desde la investigación:

Los bloques o caja lógicos, es un material de fácil manipulación creado por WILLIAM HULL a mediados del siglo XX, sin embargo, fue ZOLTAN DIENES (de quien toma su nombre), quien lo utilizó en Canadá y Australia para trabajar procesos lógicos en el aprendizaje de la Matemática.

En el presente trabajo de investigación aplicamos los bloques lógicos de Dienes para afianzar las operaciones matemáticas de los y las estudiantes de Segundo Grado de Secundaria de la Institución Educativa “ANTENOR ORREGO ESPINOZA”, de San Juan de Lurigancho – UGEL 05. Partiendo de la suma y resta de dos cantidades desde un punto de vista aritmético, teniendo presente las debilidades mostradas por los y las estudiantes en esta área de la matemática. Además, aplicamos los bloques lógicos de Dienes a otra rama muy importante de la matemática como es el álgebra, específicamente cuando se

trabaja con los polinomios, en los cuales se pueden hacer también operaciones de suma y de resta. Esto lo hicimos con el recurso de fácil manipulación creado por William Hull a mediados del siglo XX y usado por Zoltan Dienes, enmarcado en una metodología de la investigación acción planteada por Guzmán (2000). Los y las estudiantes se sentirán más motivados a estudiar matemática usando estos bloques lógicos o fichas de diversos colores de acuerdo con las unidades, decenas, centenas en cantidades aritméticas o los correspondientes coeficientes de las expresiones algebraicas de los polinomios. Estos bloques o fichas se pueden realizar usando materiales y recursos didácticos de acuerdo con Cascallana (1988), pero más específicamente usando materiales didácticos concretos sobre todo cuando se está enseñando geometría específicamente en el Cuarto Grado de Secundaria. Se logró que se afiancen las operaciones matemáticas básicas y se apliquen en las diversas situaciones de la vida cotidiana que involucren inclusive a diversas formas geométricas.

Según Cascallana (1988) los bloques lógicos son un recurso didáctico inventado por Dienes, para que los estudiantes puedan trabajar de una manera libre y manipulativa, transmitiendo sus experiencias destinadas a desarrollar el pensamiento lógico geométrico, además facilitan a que los estudiantes puedan razonar, pasando por el proceso gradual de lo concreto a lo abstracto. Con este recurso el estudiante es capaz de mejorar la forma de organizar su pensamiento, asimilar los nuevos conceptos de forma, color, tamaño y grosor.

Los bloques lógicos están formados por 48 piezas sólidas, normalmente de madera o plástico y de fácil manipulación. Cada pieza se define por cuatro variables y a su vez se le asignan diversos valores: color: rojo, azul y amarillo. forma: cuadrado, círculo, triángulo y rectángulo. tamaño: grande y pequeño. grosor: delgado y grueso. Cada bloque se diferencia de los demás al menos en una de las características, en dos, en tres o en las cuatro. También este recurso sirve para poner a los estudiantes ante situaciones que les permitan llegar a adquirir determinados conceptos geométricos, y trabajar sobre las destrezas básicas del pensamiento lógico: observación, comparación, clasificación y seriación González-Marí (2010) expone que al trabajar con

bloques lógicos el estudiante:

- Nombra y reconoce cada figura (cuadrado, triángulo, rectángulo y círculo)
- Conoce cada una de sus variables (color, forma, tamaño y grosor).
- Clasifica objetos atendiendo a uno o varios criterios.
- Compara elementos con el fin de establecer semejanzas y diferencias.
- Realiza seriaciones siguiendo determinadas reglas.
- Identifica figuras geométricas por sus características y propiedades

En el contexto internacional se tomó la investigación de Nario - Rojas (2019) que tiene como objetivo presentar diversas actividades sobre temas específicos desde primer grado hasta sexto grado de educación básica, adaptados del libro de matemáticas, con el uso de los bloques lógicos en geometría como, por ejemplo: patrones, diferenciación de características, entre otras. Cada año de educación básica contaba con diferentes temas geométricos y con ciertos grados de complejidad dependiendo de la actividad a realizarse con el uso de los bloques lógicos. Por ejemplo, para segundo de básica se realiza la diferencia de tamaños y grosor, en cambio para quinto grado se realiza como tema ejes de simetría con triángulos y así se marca una diferencia entre años y actividades. La autora obtuvo como resultado que los bloques lógicos son recursos didácticos muy importantes porque concretan el aprendizaje significativo en los estudiantes, basado en el descubrimiento. Además, estos permiten la manipulación y genera curiosidad a los estudiantes por sus colores sólidos, forma, tamaño y grosor. Dentro del razonamiento lógico y la iniciación previa al pensamiento lógico matemático, los bloques lógicos de Dienes activan el conocimiento previo y, como medio didáctico permite desarrollar las habilidades cognitivas y, por consiguiente, el rendimiento escolar mejora en cuanto a las nociones de serie, patrones, relaciones, conjunto, pertenencia, proposiciones, lógica de conjuntos, entre otros. Adicionalmente, el uso de los bloques lógicos por medio de actividades de observación y análisis, proporciona a los estudiantes beneficios de manipular material concreto que se relaciona con situaciones de la vida cotidiana, que servirá para la aplicación de soluciones, toma de decisiones y convertirse en una guía para el desenvolvimiento de la autonomía motriz.

CAPÍTULO 5

METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

1. Operacionalización de la variable

Variable	Definición conceptual	Definición operacional	Dimensiones (Sub variables)	Indicadores	Índice	Instrumento
Material concreto	Es el material que se puede manipular y está diseñado para crear interés en el estudiante, el cual comienza a explorar formas diversas de utilizarlo lo lleva a experimentar divertirse y aprender. Permiten el desarrollo de actividades individuales y grupales en clase, a trabajar en equipo, interactuar de manera crítica y creativa. Estas actividades motivadoras generan aprendizajes significativos en los estudiantes.	Son componentes que facilitan el aprendizaje de los estudiantes, a su vez este material debe presentar ciertas características como la descripción del material, interés didáctico-matemático y versatilidad del material.	Descripción del material	Características generales	Bueno (2) Regular (1) Malo (0)	Guía de observación
				Variantes/integrantes		
				Construcción y accesibilidad		
			Interés didáctico-matemático	Contenido geométricos conceptuales y procedimentales		
				Habilidades geométricas		
				Niveles de razonamiento geométrico y fases de enseñanza/aprendizaje		
			Versatilidad del material	Adaptación a diversos contenidos geométricos		
				Vinculación con otros ejes del área		

Variable	Definición conceptual	Definición operacional	Dimensiones (Sub variables)	Indicadores	Índice	Instrumento
Aprendizaje	Es adquirir el conocimiento de algo por medio del estudio o de la experiencia.	Es el proceso mediante el cual los estudiantes interactúan con su medio, saberes previos, nueva información y a partir de ello forman sus propios conceptos.	Aprendizaje conceptual	Desarrollo de contenido	0-10 desaprobado 11-15 en proceso 16-20 logro destacado	Prueba
				Enseñanza-aprendizaje		
				Define y diferencia conceptos		
			Aprendizaje procedimental	Saberes previos		
				Nueva información		
				Desarrollo de capacidades		
				Estimula la imaginación		
				Desarrollo gradual		

2. Tipificación de la investigación

Enfoque cuantitativo porque usaremos la recolección de datos para probar hipótesis con base en la medición numérica y el análisis estadístico, para establecer patrones de comportamiento y probar las teorías. El diseño es experimental, se manipularán deliberadamente una o más variables, vinculadas a las causas, para medir el efecto que tiene en otra variable de interés.

Este tipo de diseño prescribe una serie de pautas relativas: qué variables hay que manipular, de qué manera, cuántas veces hay que repetir el experimento y en qué orden para poder establecer con un grado de confianza predefinido la necesidad de una presunta relación de causa-efecto y es de tipo descriptivo debido a que se explicarán los resultados obtenidos del trabajo de campo.

El diseño será realizado con un grupo control y un grupo experimental con mediciones previas y posteriores para ambos grupos, al grupo experimental se le aplicará los equipos didácticos diseñados y elaborados para la geometría.

3. Población y Muestra

3.1. Población

La población lo conforman 84 estudiantes del Segundo Grado de Secundaria de la I.E “ANTGENOR ORREGO”– UGEL 05, la unidad de análisis presenta las siguientes características:

Tabla 1

Población de estudiantes de Segundo Grado de Secundaria de la I.E. “ANTENOR ORREGO ESPINOZA” – UGEL 05

SECCION	NUMERO	PORCENTAJE
A	28	33%
B	30	36%
C	26	31%
TOTAL	84	100%

Fuente: Nóminas de matrícula

3.2. Muestra

Para el estudio se trabajó con el 69% del total, no siendo necesario seleccionarlo mediante fórmulas, puesto que esa cantidad sería superior a la muestra aleatoria, 28 son de grupo control y 30 son del grupo experimental.

3.2.1. Muestreo

El muestreo de la investigación se ha trabajado por conveniencia.

3.3. Criterios de Selección

El criterio de selección es por conveniencia, teniendo a un grupo como control y el otro experimental.

4. Resultados y Discusión

Objetivo 1: Medir la resolución de problemas de cantidad asociados a las nociones numéricas, operaciones numéricas y resolución de problemas en estudiantes de Segundo Grado de Secundaria de la I.E. “ANTENOR ORREGO ESPINOZA” – UGEL 05

Tabla 2

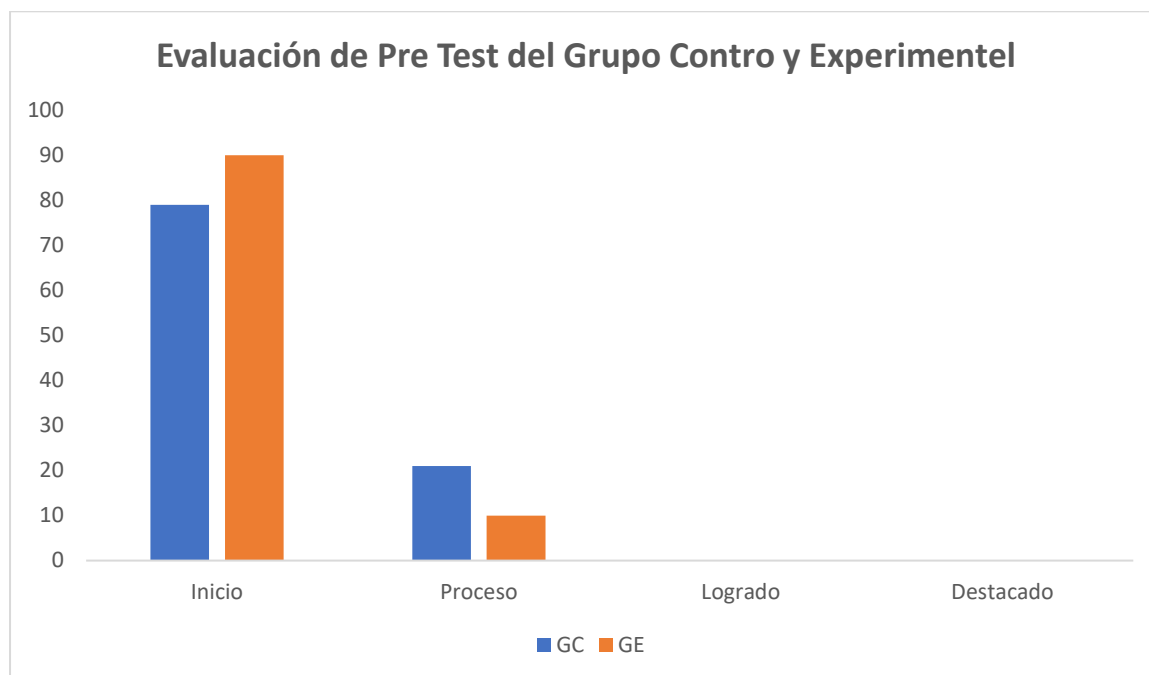
Evaluación del Pre Test del Grupo Control y Experimental

NIVEL	ESCALA	GRUPO CONTROL		GRUPO EXPERIMENTAL	
		Frecuencia	%	Frecuencia	%
Inicio	[0 - 10]	22	79	27	90
Proceso	[11 – 13]	6	21	3	10
Logrado	[14 – 17]	0	0	0	0
Destacado	[18 – 20]	0	0	0	0
TOTAL		28	100	30	100

Fuente Exámenes de Pre Test

Gráfico 1

Evaluación del Pre Test del Grupo Control y Experimental



Interpretación:

Según los resultados de la tabla 1, en la evaluación del Pre Test tanto del grupo control y experimental el mayor porcentaje de estudiantes se ubican en el nivel inicio.

Tabla 3.

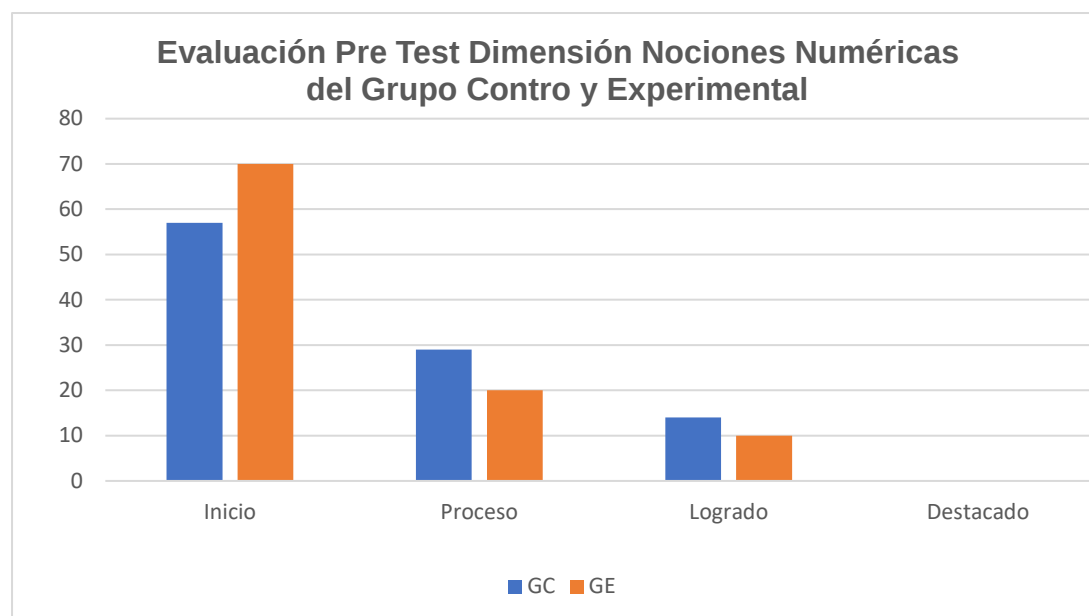
Evaluación del Pre Test Dimensión Nociones Numéricas del Grupo Control y Experimental.

NIVEL	ESCALA	GRUPO CONTROL		GRUPO EXPERIMENTAL	
		Frecuencia	%	Frecuencia	%
Inicio	[00 – 10]	16	57	21	70
Proceso	[11 – 13]	8	29	6	20
Logrado	[14 – 17]	4	14	3	10
Destacado	[18 – 20]	0	0	0	0
TOTAL		28	100	30	100

Fuente: Exámenes de Pre Test

Gráfico 2

Evaluación del Pre Test Dimensión Nociones Numéricas del Grupo Control y Experimental



Interpretación:

De acuerdo a los resultados de la tabla 3, en la evaluación del Pre Test de la Dimensión Nociones Numéricas tanto del grupo control y experimental el mayor porcentaje de estudiantes se ubican en el nivel inicio.

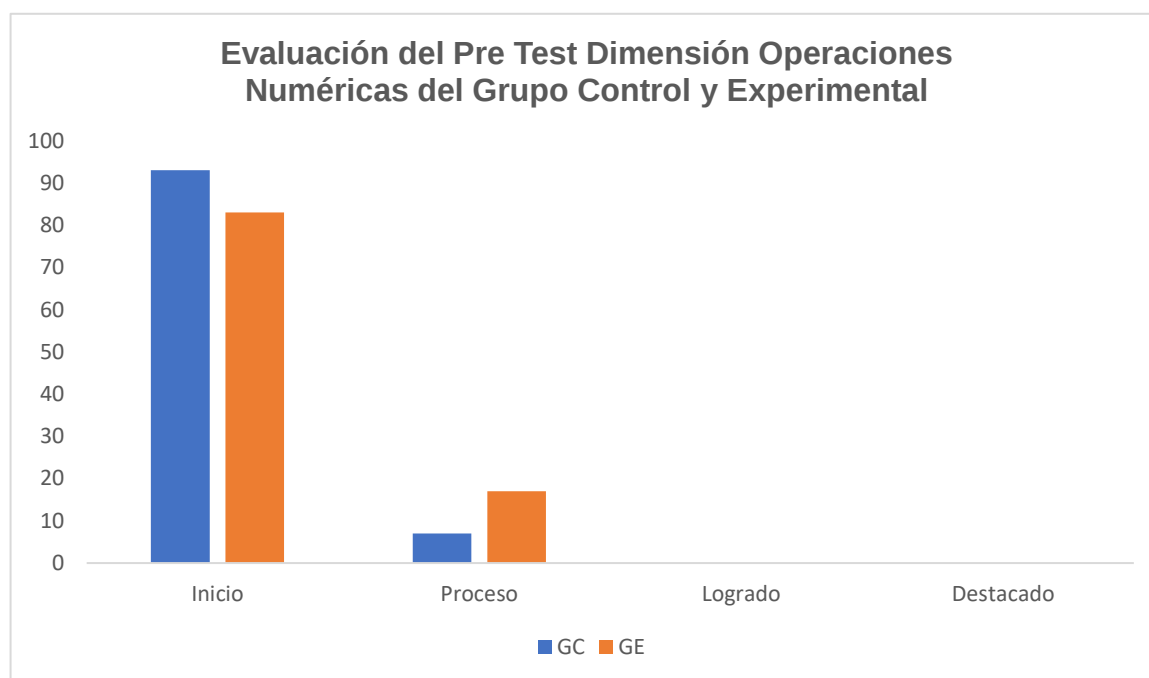
Tabla 4.

Evaluación del Pre Test Dimensión Operaciones Numéricas del Grupo Control y Experimental.

NIVEL	ESCALA	GRUPO CONTROL		GRUPO EXPERIMENTAL	
		Frecuencia	%	Frecuencia	%
Inicio	[00 – 10]	26	93	25	83
Proceso	[11 – 13]	2	7	5	17
Logrado	[14 – 17]	0	0	0	0
Destacado	[18 – 20]	0	0	0	0
TOTAL		28	100	30	100

Gráfico 3

Evaluación del Pre Test Dimensión Operaciones Numéricas del Grupo Control y Experimental



Interpretación:

De acuerdo a los resultados de la tabla 4, en la evaluación del Pre Test de la Dimensión Operaciones Numéricas tanto del grupo control y experimental el mayor porcentaje de estudiantes se ubican en el nivel inicio.

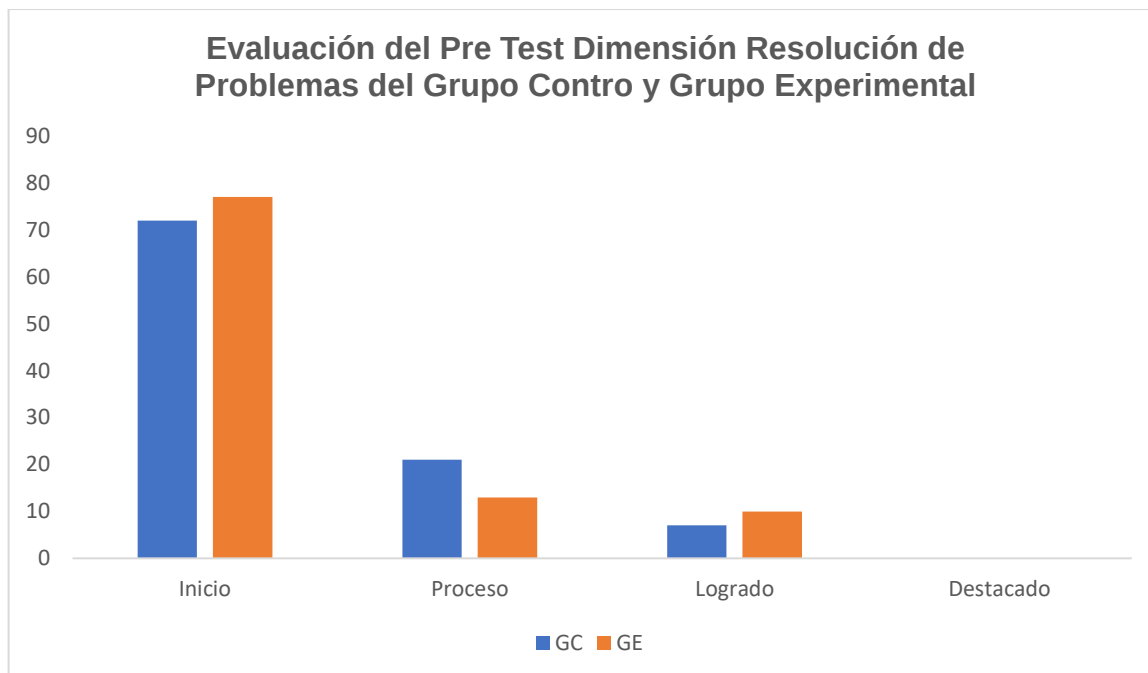
Tabla 5

Evaluación del Pre Test Dimensión Resolución de Problemas del Grupo Control y Experimental

NIVEL	ESCALA	GRUPO CONTROL		GRUPO EXPERIMENTAL	
		Frecuencia	%	Frecuencia	%
Inicio	[00 – 10]	20	72	23	77
Proceso	[11 – 13]	6	21	4	13
Logrado	[14 – 17]	2	7	3	10
Destacado	[18 – 20]	0	0	0	0
TOTAL		28	100	30	100

Gráfico 4.

Evaluación del Pre Test Dimensión Resolución de Problemas del Grupo Control y Experimental



Interpretación:

De acuerdo a los resultados de la tabla 5, en la evaluación del Pre Test de la Dimensión Resolución de Problemas tanto del grupo control y experimental el mayor porcentaje de estudiantes se ubican en el nivel inicio.

Tabla 6

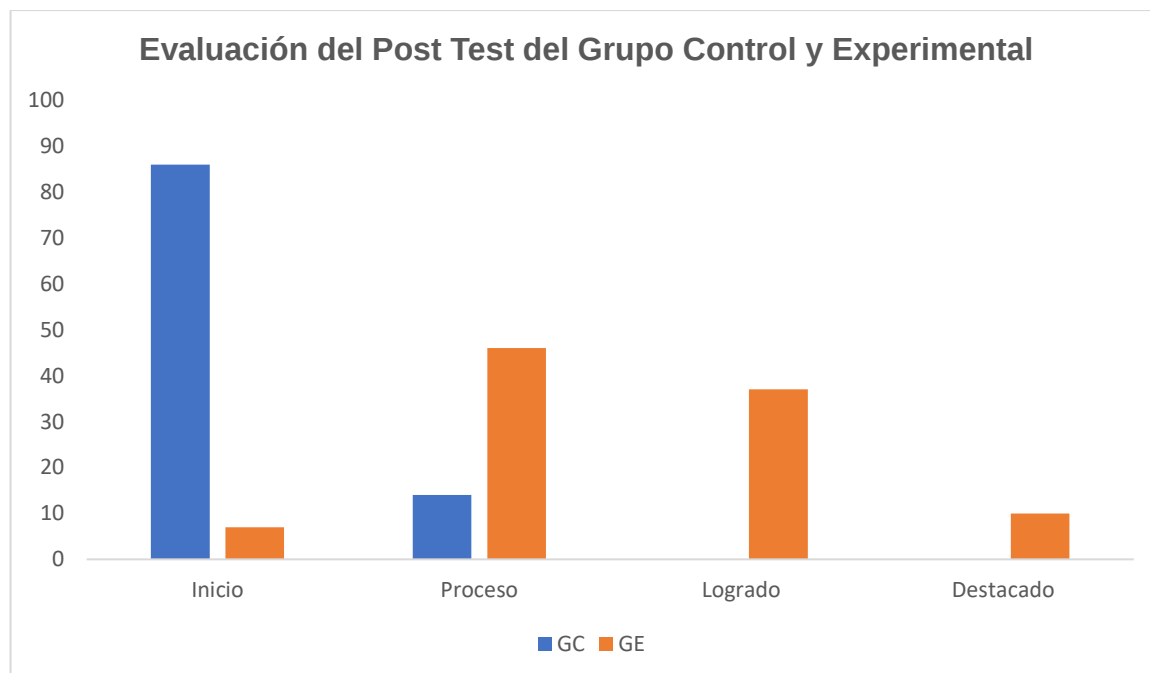
Evaluación del Post Test del Grupo Control y Experimental

NIVEL	ESCALA	GRUPO CONTROL		GRUPO EXPERIMENTAL	
		Frecuencia	%	Frecuencia	%
Inicio	[00 – 10]	24	86	2	7
Proceso	[11 – 13]	4	14	14	46
Logrado	[14 – 17]	0	0	11	37
Destacado	[18 – 20]	0	0	3	10
TOTAL		28	100	30	100

Fuente: Exámenes de Post Test

Gráfico 5

Evaluación del Post Test del Grupo Control y Experimental



Interpretación:

De acuerdo a los resultados de la tabla 6, en la evaluación del Post Test del grupo control el mayor porcentaje de calificaciones se ubican en el nivel de inicio, mientras que en el grupo experimental el mayor porcentaje de las calificaciones se encuentran en el nivel logrado.

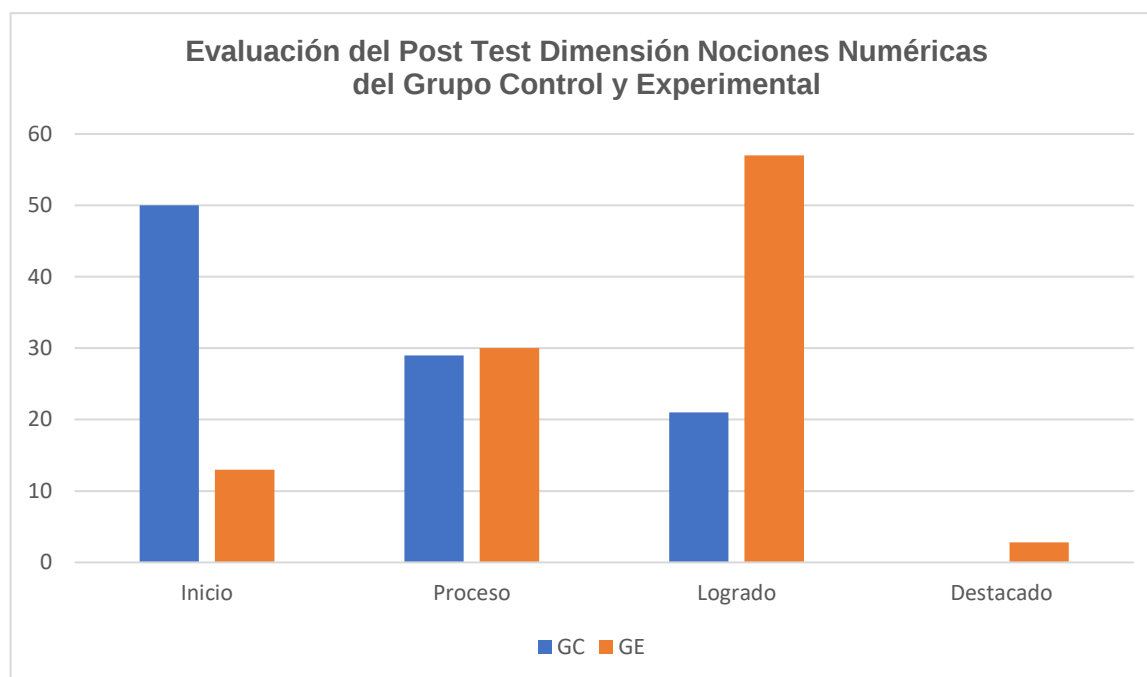
Tabla 7

Evaluación del Post Test Dimensión Nociones Numéricas del Grupo Control y Experimental

NIVEL	ESCALA	GRUPO CONTROL		GRUPO EXPERIMENTAL	
		Frecuencia	%	Frecuencia	%
Inicio	[00 – 10]	14	50	4	13
Proceso	[11 – 13]	8	29	9	30
Logrado	[14 – 17]	6	21	17	57
Destacado	[18 – 20]	0	0	0	0
TOTAL		28	100	30	100

Gráfico 6.

Evaluación del Post Test Dimensión Nociones Numéricas del Grupo Control y Experimental



Interpretación:

De acuerdo a los resultados de la tabla 7, en la evaluación del Post Test de la Dimensión Nociones Numéricas del grupo control el mayor porcentaje de calificaciones se ubican en el nivel de inicio, mientras que en el grupo experimental el mayor porcentaje de las calificaciones se encuentran en el nivel logrado.

Tabla 8

Evaluación del Post Test Dimensión Operaciones Numéricas del Grupo Control y Experimental

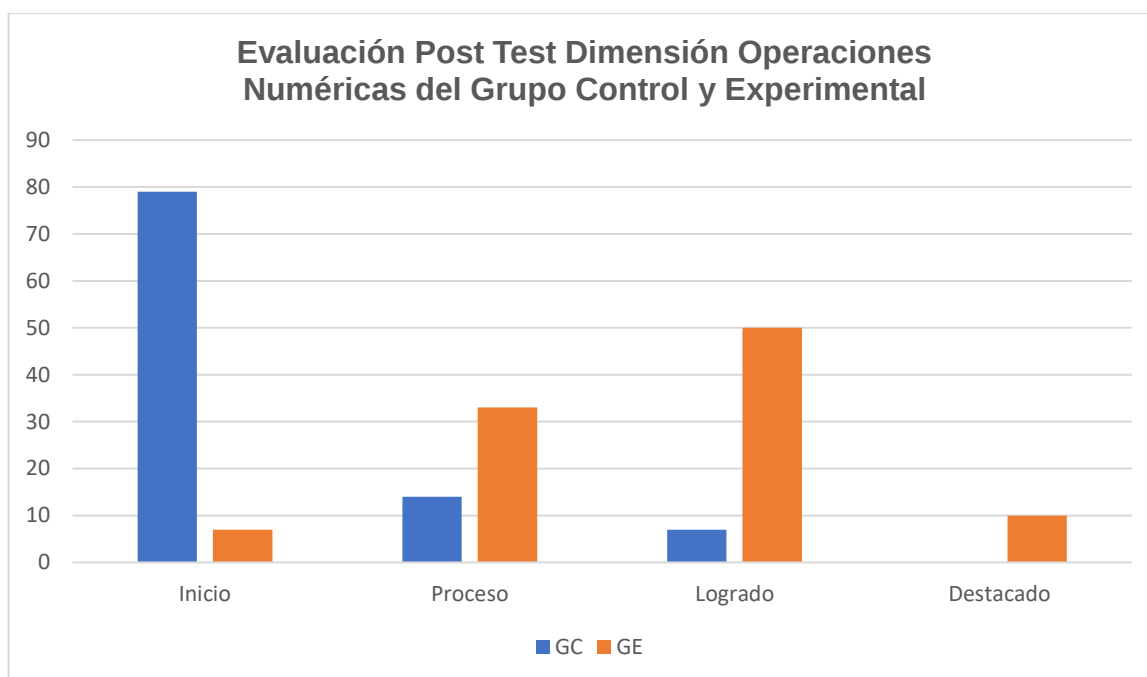
NIVEL	ESCALA	GRUPO CONTROL		GRUPO EXPERIMENTAL	
		Frecuencia	%	Frecuencia	%
Inicio	[00 – 10]	22	79	2	7
Proceso	[11 – 13]	4	14	10	33
Logrado	[14 – 17]	2	7	15	50
Destacado	[18 – 20]	0	0	3	10

TOTAL		28	100	30	100
-------	--	----	-----	----	-----

Fuente: Exámenes de Post Test

Gráfica 7

Evaluación del Post Test Dimensión Operaciones Numéricas del Grupo Control y Experimental



Interpretación:

De acuerdo a los resultados de la tabla 8, en la evaluación del Post Test de la Dimensión Operaciones Numéricas del grupo control el mayor porcentaje de calificaciones se ubican en el nivel de inicio, mientras que en el grupo experimental el mayor porcentaje de las calificaciones se encuentran en el nivel logrado.

Tabla 9

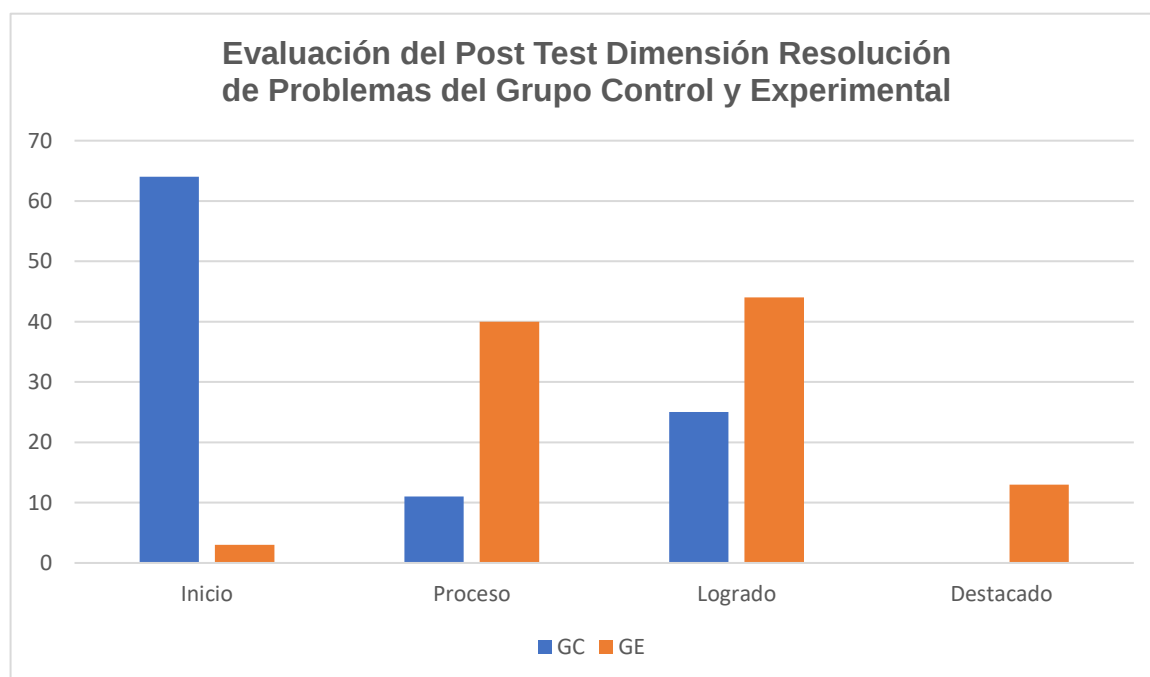
Evaluación del Post Test Dimensión Resolución de Problemas del Grupo Control y Experimental

NIVEL	ESCALA	GRUPO CONTROL		GRUPO EXPERIMENTAL	
		Frecuencia	%	Frecuencia	%
Inicio	[00 – 10]	18	64	1	3
Proceso	[11 – 13]	3	11	12	40
Logrado	[14 – 17]	7	25	13	44

Destacado	[18 – 20]	0	0	4	13
TOTAL		28	100	30	100

Gráfico 8

Evaluación del Post Test Dimensión Resolución de Problemas del Grupo Control y Experimental.



Interpretación:

De acuerdo a los resultados de la tabla 21, en la evaluación del Post Test de la Dimensión Resolución de Problemas del grupo control el mayor porcentaje de calificaciones se ubican en el nivel de inicio, mientras que en el grupo experimental el mayor porcentaje de las calificaciones se encuentran en el nivel logrado.

5. Matriz de consistencia:

“Material concreto y su influencia en el aprendizaje de geometría en estudiantes del Segundo Grado de educación Secundaria de la Institución Educativa “ANTENOR ORREGO ESPINOZA” – UGEL 05

Problema	Objetivo	Hipótesis	Variables	Instrumentos	Metodología
¿En qué medida el material concreto influye en el aprendizaje de geometría de los alumnos del Segundo Grado de Secundaria de la Institución Educativa “Antenor Orrego Espinoza” – UGEL 05	Determinar la influencia del material concreto en el aprendizaje de geometría de los alumnos del Segundo Grado de Secundaria de la Institución Educativa “Antenor Orrego Espinoza” – UGEL 05	El material concreto influye significativamente en el aprendizaje de geometría de los alumnos del Segundo Grado de Secundaria de la Institución Educativa “Antenor Orrego Espinoza” – UGEL 05	<u>Variable independiente:</u> Material concreto <u>Variable dependiente:</u> Aprendizaje	<u>Para la variable independiente:</u> - Guía de observación. <u>Para la variable dependiente</u> - Prueba	Investigación aplicada, de enfoque cuantitativo, temporalidad: transversal. El diseño es experimental con pre test y post test.

CONCLUSIONES

Los proyectos formativos es una estrategia didáctica adecuada para la enseñanza de la matemática contextualizada, por su capacidad de trabajar con diversas metodologías como el aprendizaje basado en la resolución de problemas y los métodos activos

El fortalecimiento de la competencia como docente mediador, determina su accionar pedagógica e influye en la forma de desarrollar la competencia en el estudiante.

Los materiales concretos son importantes en el desarrollo de los aprendizajes porque permite interiorizar y construir procesos conceptuales; en diversos métodos y estrategias didácticas.

Los docentes desarrollan inadecuadas estrategias en la enseñanza matemática para el desarrollo de competencias

La contextualización de los contenidos matemáticos es poco pertinente a las necesidades de los estudiantes generando desinterés y desmotivación

El uso de materiales es escaso y genera poca participación activa en los estudiantes.

La inadecuada planificación de estrategias activas dificulta a los docentes a realizar los trabajos con materiales concretos.

Los docentes realizan escasa investigación dentro y fuera del aula para obtener nuevas estrategias y posibilidades de uso de materiales didácticos.

La confluencia del Enfoque Socioformativo, la Enseñanza Matemática Realista y Los Métodos Activos favorece la participación activa del estudiante

Los proyectos formativos propician el uso de materiales concretos en la enseñanza matemática contextualizada de forma adecuada

La estrategia didáctica como proyectos formativos constituye una estrategia promotora y articuladora de competencias del estudiante

La sistematización de los materiales concretos permite identificar el desarrollo de las habilidades y contenidos para la construcción de la competencia matemática.

RECOMENDACIONES

Los docentes deben desarrollar los proyectos formativos como estrategia didáctica para la enseñanza de la matemática contextualizada, por su capacidad de trabajar con diversas metodologías

Los docentes deben fortalecer su competencia como docente mediador, porque influye en la forma de desarrollar la competencia en el estudiante.

Los docentes deben utilizar los materiales concretos por la importancia en el desarrollo de los aprendizajes con la aplicación de diverso método y estrategias didácticas.

Se debe desarrollar los proyectos formativos como estrategias en la enseñanza matemática para el desarrollo de competencias

El docente debe investigar contenidos matemáticos pertinentes a las necesidades de los estudiantes para generar interés y motivación.

Se debe promover la construcción de materiales concretos como forma de estrategia de enseñanza.

El docente debe planificar las actividades pedagógicas en periodos de tiempos mayor dentro de los proyectos formativos

Utilizar la estrategia didáctica de proyectos porque favorece el desarrollo de la competencia matemática mediante la participación activa de los estudiantes en entornos de interés y motivación

Trabajar los proyectos formativos para desarrollar una matemática contextualizada utilizando los materiales concretos

Trabajar con proyectos formativos porque promueve y articula diversos tipos de competencias en estudiante

Utilizar la sistematización de los materiales concretos para desarrollar las habilidades y contenidos para ser trabajados en el aula.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Barreto, J. (2008). Deducciones de las fórmulas para calcular las áreas de figuras geométricas a través de procesos cognitivos. *Revista Números*. Vol. 69.

Cascallana, M. (1988). Iniciación a la matemática. Materiales y recursos didácticos. Madrid: Aula XXI. Santillana.

Villarroel, S. and Elio Sgreccia, N. (2012). Enseñanza de la Geometría en Secundaria. Caracterización de materiales didácticos concretos y habilidades Geométricas. *Revista Unión*. Vol. 29, 59-84.

Bressan, A., Zolkower, B., & Gallego, M. (2004). Reflexiones teóricas para educación matemática.

Buenos Aires, España: Libros del Zorzal.

Carrasco, S. (2005). Metodología de la investigación científica. Lima, Perú: San Marcos.

Carretero, M. (s.d.). Constructivismo y educación. México DF, México: Editorial Progreso, S.A. . Cascallana, M. (1988). Iniciación a la matematica y recursos didacticos. Madrid, España: Santillana S.A.

Cerezal, J., & Fiallo, J. (2002). Métodos científicos de las investigaciones pedagógicas. Lima, Perú: Servicios Gráficos.

Cervera, C. (2009). Propuesta didáctica basada en el uso del material educativo multimedia "GpM2.0" para el desarrollo de las capacidades del área de matemática en alumnos de Cuarto Grado de Educación Secundaria. Fonte: Tesis para optar el Grado de Maestría, Universidad Católica Santo Toribio de Mogrovejo, Chiclayo-Perú: <http://tesis.usat.edu.pe/jspui/handle/123456789/92>.

Climent, A. (28 de noviembre de 2011). Motessori material. Fonte: educatube: <http://www.educatube.es/montessori-material/>

Corral, N. (2012). Acuerdos y desacuerdos acerca del método en las ciencias. Nuevo itinerario Revista digital de filosofía, 1-26.

Flores, I. (2001). Elaboración de materiales educativos con recursos de la zona. Lima: Ministerio de Educación del Perú.

Gagné, R. (1965). The conditions of learning. New York: Holt, Rinehart and Winston.

Gagné, R. (1975). Essentials of learning for instruction . New York: Holt, Rinehart & Winston.

Gamboa, R., & Ballesteros, E. (2010). La enseñanza y aprendizaje de la geometría en secundaria, la perspectiva de los estudiantes. Revista Electrónica Educare, 125-142.

Gudiño Kieffer, E. (1986). *El Peinetón*. Buenos Aires: Arte Gaglianone.

Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, M. (2010). Metodología de la investigación. México: McGRAW – HILL/ INTERAMERICANA.

Ingar Reyes, W. V. (1995). *Medios y Materiales educativos*. Lima: Edición 2000.

Lafourcade, P. D. (2002). Notas sobre la búsqueda de un nuevo paradigma en relación con los procesos de autoevaluación institucional en la universidad (Vol. 7). Argentina.

Lima, M. (2011). El material didáctico y concreto para desarrollar destrezas con criterio de desempeño en el bloque curricular geométrico del octavo año de educación básica en el colegio experimental universitario "Manuel Cabrera Lozano" de la ciudad de Loja 2010-2011. (Tesis de licenciatura) Loja: Universidad Nacional de Loja.

Loayza Gallegos, J. R. (1988). Material Educativo. Lima: INIDE.

López Regalado, O. (2006). Medios y materiales educativos. Lambayeque: Industria Peruana SAC.

ANEXOS

CUESTIONARIO PARA DOCENTES

PARTE I. ATENDIENDO A LAS TEORÍAS DEL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO.						
N°	ITEMS	N	AV	CS	S	OTROS
1	Exige conocer las ideas previas de los y las estudiantes antes de instruirles.					
2	Inicia sus clases de geometría con una pregunta relacionada al tema a impartir.					
3	Planifica sus clases de geometría de acuerdo a las necesidades e intereses de los y las estudiantes					
4	Proporciona aprendizajes a los y las estudiantes utilizando el juego como técnica.					
PARTE II. CONSIDERACIONES SOBRE EL JUEGO.						
N°	ITEMS	N	AV	CS	S	OTROS
1	Utiliza el juego como recurso para desarrollar la clase durante el proceso de aprendizaje.					
2	Refuerza sus actividades pedagógicas con juegos relacionados al tema que pretende enseñar.					
3	Al usar los juegos como recurso de aprendizaje en la geometría, sigue los pasos recomendados en el DCNB 2019					
4	Adapta los juegos a las necesidades e intereses de los y las estudiantes.					
PARTE III. ASPECTOS SOBRE LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA.						
N°	ITEMS	N	AV	CS	S	OTROS
1	Enseña geometría a partir de los principios e ideas de los y las estudiantes.					
2	Utiliza la enseñanza de la geometría para que los y las estudiantes solucionen sus problemas cotidianos					
3	Es pertinente enseñar geometría a los niños que les permita un aprendizaje significativo.					
4	Aplica actividades lúdicas en las clases de geometría.					

CUESTIONARIO PARA ALUMNOS

Datos Generales

Sexo: F ____ M ____ Grado: ____ Sección: ____ Fecha: ____

Instrucciones para responder al cuestionario

- Este cuestionario ha sido diseñado para conocer el uso de materiales didácticos por los profesores. No es un test de inteligencia, ni de personalidad
- No hay límite de tiempo para contestar al Cuestionario. No le ocupará más de 15 minutos.
- No hay respuestas correctas o erróneas. Será útil en la medida que sea sincero(a) en sus respuestas.
- Si está de acuerdo marque una "X" en la columna "Si"; si consideras que realiza ocasionalmente mar con "X" en la columna "A veces" y si por el contrario, si estas en desacuerdo marque una "X" en la columna "No". Por favor conteste a todos los ítems.

Nº	ITEMS	SI	AV	NO
1	¿Te gustaría que el desarrollo de las clases de matemáticas sea más real y práctico?			
2	¿Realizas actividades sobre situaciones de tu interés en las clases de matemática?			
3	¿Te parece adecuado que el profesor organice actividades matemáticas de simple a lo complejo?			
4	¿Las actividades simples te ayudan avanzar progresivamente hacia mayor nivel de tu aprendizaje matemático?			
5	¿Necesitas de materiales didácticos para avanzar de nivel y complejidad?			
6	¿Has reinventado algunas ideas o soluciones matemáticas con la ayuda del profesor?			
7	¿El profesor de matemática te permite usar materiales didácticos para manipular y tocar?			
8	¿Te sirven los materiales para tener una idea clara de los conceptos matemáticos?			
9	¿Utilizas los materiales didácticos en toda la clase, para pasar de nivel de aprendizaje?			
10	¿Conoces algunos de los materiales didácticos concretos que utiliza el profesor?			
11	¿Te parece interesante la matemática, utilizando materiales didácticos concretos empleados por el profesor?			
12	¿El uso de materiales didácticos concretos te permite tener algunas ideas mediante su manipulación?			
13	¿Los materiales didácticos te permiten comparar y discutir con tus compañeros?			
14	¿Mediante la manipulación de materiales didácticos, estos te permiten realizar actividades mentales de análisis, síntesis y abstracción?			
15	¿La manipulación de materiales didácticos te permite avanzar en tus aprendizajes matemáticos?			
16	¿Te parece necesario dejar de utilizar los materiales didácticos en tus clases de matemáticas?			
17	¿Consideras que el profesor tiene preparación para utilizar los materiales concretos?			
18	¿El profesor muestra interés en las estrategias matemáticas que emplean en tus aprendizajes?			
19	¿El profesor manifiesta con claridad los objetivos de cada clase a través del uso los materiales concretos?			
20	¿El profesor utiliza de manera pertinente y precisa los materiales concretos mediante situaciones problemáticas?			

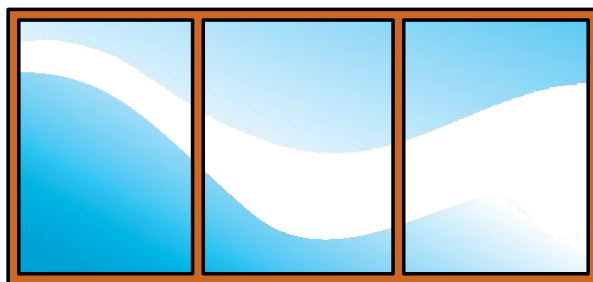
ACTIVIDADES

ACTIVIDAD I: Habilidades visuales. - La Geometría es una disciplina eminentemente visual. En un principio, los conceptos geométricos son reconocidos y comprendidos a través de la visualización. Por ejemplo, el primer contacto que el alumno tiene con la idea de triángulo es mediante su visualización. Como ya se mencionó, es importante que los triángulos se exploren de las maneras más diversas para que el alumno sea capaz de discernir, poco a poco, lo que es inherente al concepto de triángulo (polígono que tiene tres lados) y lo que no lo es (posición, color, material del que está hecho).

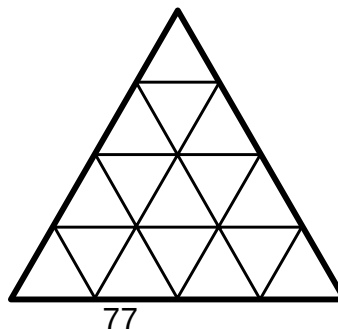
Cabe aclarar que, si bien la habilidad de visualización es un primer acercamiento a los objetos geométricos, no podemos aprender la Geometría sólo viendo una figura u otro objeto geométrico. La generalización de las propiedades o la clasificación de las figuras no puede darse a partir únicamente de la percepción. Es necesario que el alumno se enfrente a diversas situaciones donde los conocimientos adquieran sentido, por ejemplo, a través de las construcciones geométricas, en las que se puede variar el tipo de información que se les da.

PREGUNTAS:

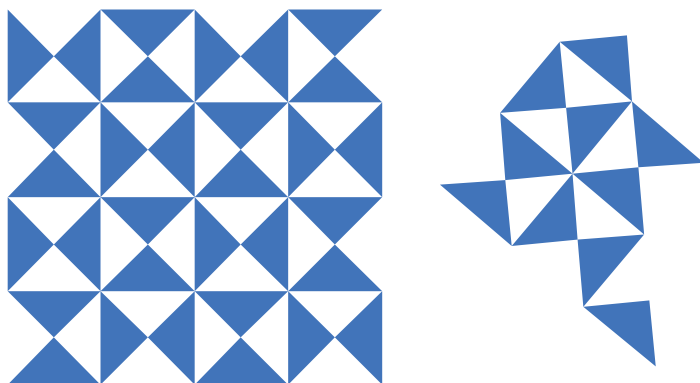
1. Trabaje su habilidad visual contando el número de rectángulos de la siguiente ventana. ¡Cuidado, son más de 4!



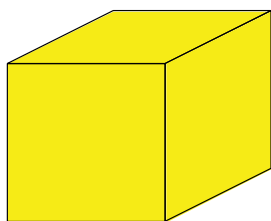
2. ¿Cuántos triángulos hay en la siguiente figura? ¡Cuidado, son más de 17!



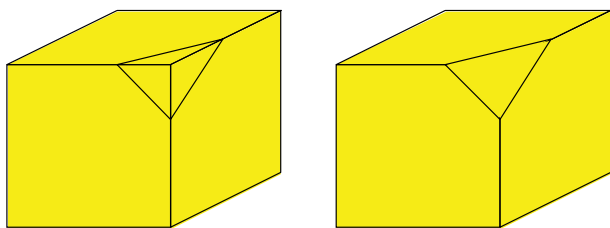
3. Considere un piso de azulejos, la figura de la derecha es una parte de él, aunque se ha combinado de posición. Identifique y remarque en el piso esa figura.



4. ¿Cuántas caras y aristas tiene un cubo?



5. Ahora considere que al cubo anterior se le tunca un vértice. ¿Cuántas caras, aristas y vértices tiene el cubo truncado?



ACTIVIDAD II: Habilidades de comunicación. - La habilidad de comunicación se refiere a que el alumno sea capaz de interpretar, entender y comunicar información geométrica, ya sea en forma oral, escrita o gráfica, usando símbolos y vocabulario propios de la Geometría.

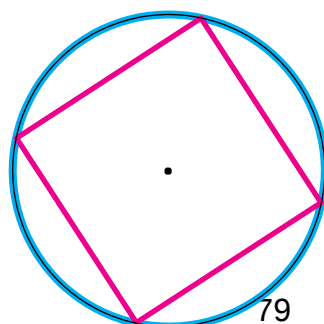
Las habilidades del lenguaje están estrechamente relacionadas con el pensamiento y están presentes en muchos sentidos durante las clases de Matemáticas y de Geometría en particular, por ejemplo, cuando:

- Se lee e interpreta la información de un problema para empezar a resolverlo.
- Se discute con los compañeros de equipo las posibles estrategias de resolución.
- Se presenta ante el grupo el resultado y procedimiento que se siguió para resolver el problema.
- Se justifica un resultado o un procedimiento.
- Se valida una conjetura que se hizo.

Dentro de estas habilidades está el proceso de designar por su nombre a las relaciones y a los objetos geométricos: paralelas, perpendiculares, cuadrado, rombo, círculo, mediatriz, bisectriz, etcétera. Muchas de las palabras que forman parte del vocabulario geométrico aparecen también en el lenguaje cotidiano, algunas veces con el mismo significado y otras con significado muy diferente; por ejemplo, la concepción inicial que los alumnos puedan tener sobre las palabras radio y diagonal es muy diferente a las concepciones geométricas de esas palabras.

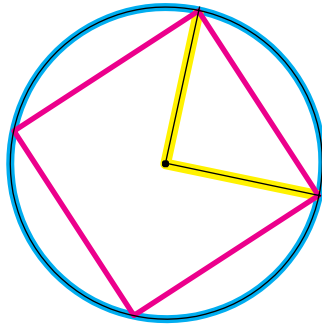
Por ejemplo, consideremos la siguiente tarea:

Si el radio de la circunferencia mide 5 cm, ¿cuál es el área del cuadrado?

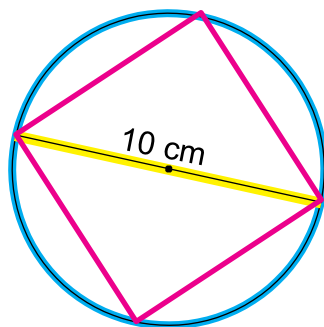


Los y las estudiantes pueden seguir diferentes procedimientos y llegar al resultado correcto, que es 50 cm^2 . No obstante, es muy importante que argumenten por qué 50 cm^2 es una respuesta correcta. Algunas explicaciones y argumentos posibles son los siguientes:

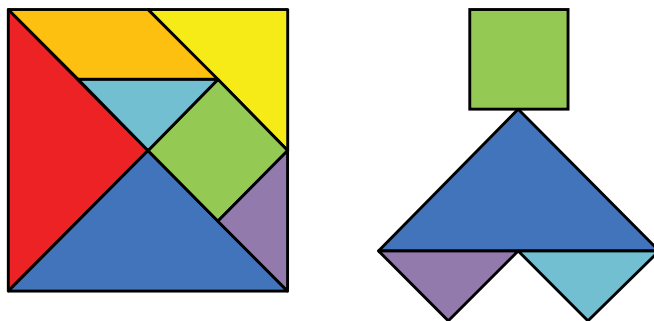
- Las diagonales de los cuadrados son perpendiculares, al trazar dos radios que pertenezcan a las diagonales también serán perpendiculares y formarán un triángulo rectángulo con base 5 cm y altura 5 cm, que es la cuarta parte del cuadrado. El área de este triángulo es $\frac{25}{2} = 12,5$, este resultado por 4 da 50.



- Al trazar una de las diagonales del cuadrado se forman triángulos rectángulos cuya hipotenusa es esta diagonal y cuyos catetos son los lados del cuadrado. Como la diagonal es también diámetro del círculo, entonces mide 10 cm.



Otra actividad de comunicación consiste en organizar a los alumnos por parejas, se colocarán frente a frente con un obstáculo en medio (puede ser la mochila) y se le pide a uno de ellos que, sin que su pareja lo vea, haga una figura utilizando, por ejemplo, cuatro piezas del tangram:



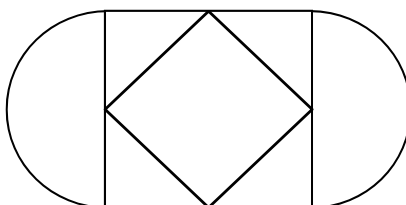
Después le dará oralmente las instrucciones para que su compañero haga una figura idéntica. Cuando terminan se quita el obstáculo y se comparan las figuras.

El desarrollo del lenguaje geométrico es muy importante para la comprensión, de ahí la gran importancia que tiene enfrentar a los alumnos constantemente a situaciones en las que tengan que comunicar información geométrica.

Dentro de las habilidades de comunicación y estrechamente relacionada con las tareas de demostración está la competencia de argumentación:

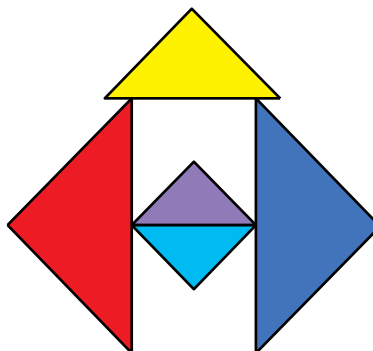
PREGUNTAS:

1. Trabaje su habilidad de comunicación; escriba un mensaje para que alguien pueda reproducir la siguiente figura.



2. Entregue el mensaje a un compañero y pídale que siga las instrucciones; al final comparen las figuras.
3. Consiga dos tangram y dé las instrucciones orales para que un

compañero construya una figura idéntica a la siguiente:



4. Escriba una lista de los símbolos geométricos que conoce e indique cómo se leen y qué significan.
5. Escriba una lista de las palabras del vocabulario geométrico que conoce e investigue lo que significan.
6. Escriba un enunciado que se refiere a una situación real para cada una de las siguientes palabras: paralelas, perpendiculares, diagonal, rectángulo, cuadrado, ángulo, círculo, rombo, cubo, prisma.
7. Investigue cómo se simbolizan en Geometría los segmentos, los ángulos, la relación de perpendicularidad, el ángulo recto, la congruencia de figuras y la semejanza de figuras.

ACTIVIDAD III: Habilidades de dibujo. - Las habilidades de dibujo están relacionadas con las reproducciones o construcciones gráficas que los y las estudiantes hacen de los objetos geométricos. La reproducción se refiere a la copia de un modelo dado, ya sea del mismo tamaño o a escala, cuya construcción puede realizarse con base en información que se da en forma verbal (oral o escrita) o gráfica.

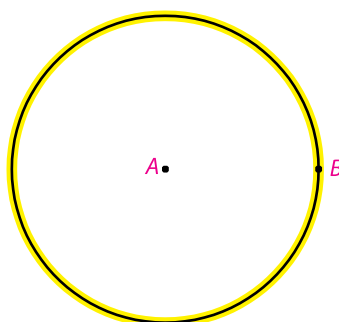
Existen diferentes maneras de trabajar y presentar una serie de pasos para llevar a cabo una construcción geométrica; a continuación, se muestran algunas:

a) Se da la serie de instrucciones y se ilustran, el alumno las lleva a cabo apoyándose tanto en la lectura como en las ilustraciones. Por ejemplo, la siguiente es una serie de pasos para construir un triángulo equilátero que mide 2,5 cm de lado.

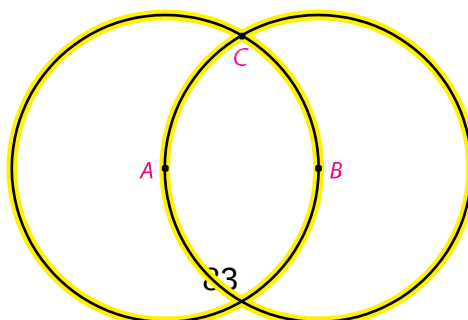
- Se traza un segmento de 2.5 cm (sus extremos pueden nombrarse A y B):



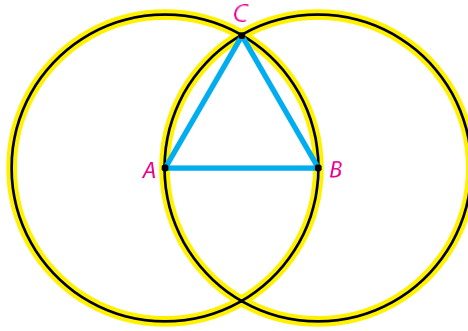
- Se traza una circunferencia con centro en A y radio AB:



- Se traza otra circunferencia con centro en B y radio AB. Se nombra C a uno de los dos puntos donde se cortan las dos circunferencias:



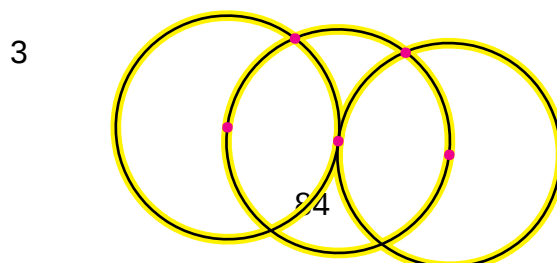
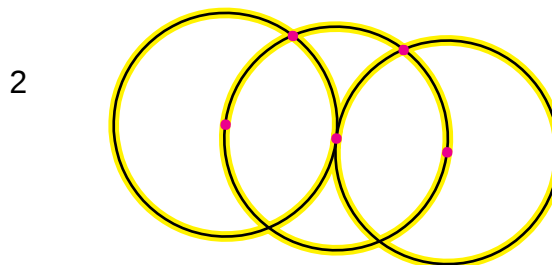
- Se une C con A y con B. El triángulo obtenido es equilátero:



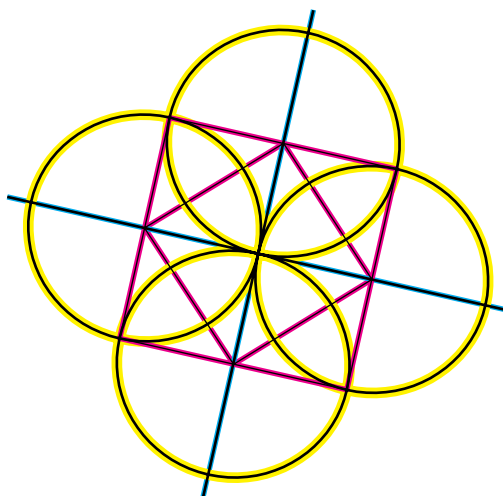
b) Se da una serie de pasos para una construcción geométrica, el o la estudiante los lleva a cabo apoyándose sólo en el texto escrito. Por ejemplo, las siguientes son las instrucciones para trazar dos rectas perpendiculares:

- Traza una recta.
- Con el compás traza dos circunferencias que tengan su centro en diferentes puntos de la recta y que se corten entre sí.
- Encuentra los dos puntos de corte de ambas circunferencias.
- Traza la recta que pase por estos dos puntos.

c) Se dan los pasos de una construcción geométrica ilustrándolos y los alumnos tienen que reproducirlos y/o redactar lo que se hace en cada paso. Por ejemplo, la siguiente es una secuencia de pasos para trazar dos rectas paralelas:

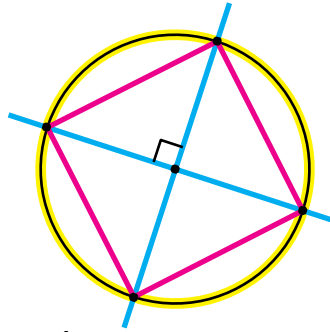


- d) Se da la figura resultante de todo un trazo y el alumno tiene que reproducirloo redactar la serie de pasos para llegar a esa figura. Por ejemplo, cuando se traza un cuadrado inscrito en una circunferencia se obtiene, como resultado final, la siguiente figura:



PREGUNTAS:

1. Utilice sus instrumentos geométricos para reproducir la siguiente figura (puede ser del tamaño que desee):



2. Construya triángulos cuyos lados midan: a) 6 cm, 6 cm, 8 cm. b) 6 cm, 8 cm, 10 cm.
3. Siga de acuerdo a tus conocimientos previos y verifique que, efectivamente, se obtienen rectas perpendiculares.
4. Redacte una secuencia de instrucciones para que un compañero trace un triángulo de base 6 cm y altura 4 cm.
5. Busque en libros secuencias de instrucciones escritas y llévelas a cabo.
6. Escriba las instrucciones para realizar la secuencia de trazos de acuerdo a tus conocimientos previos.
7. Triángulos imposibles. Utilice sus instrumentos geométricos para construir, en cada caso, un triángulo que cumpla con las medidas indicadas y descubra cuáles medidas no permiten obtener triángulos.

a) Lados:

5 cm, 6 cm, 8 cm

2 cm, 2 cm, 4 cm

7 cm, 3 cm, 2 cm

9 cm, 6 cm, 8 cm

b) Ángulos:

60° , 80° , 40°

90° , 50° , 40°

100° , 200° , 600°

250° , 100° , 200°

8. Trabaje sus habilidades de dibujo utilizando sus instrumentos geométricos para trazar, en una hoja blanca, un cuadrado cuyos lados no sean paralelos a los bordes de la hoja.

9. Imagine un cilindro apoyado sobre uno de los círculos que sirven de base. Dibuje cómo se vería de frente y cómo se vería por arriba.

a) Trace el desarrollo plano para hacer un lapicero en forma de cilindro que mida 3,5 cm en el radio de su base y 12 cm de altura.

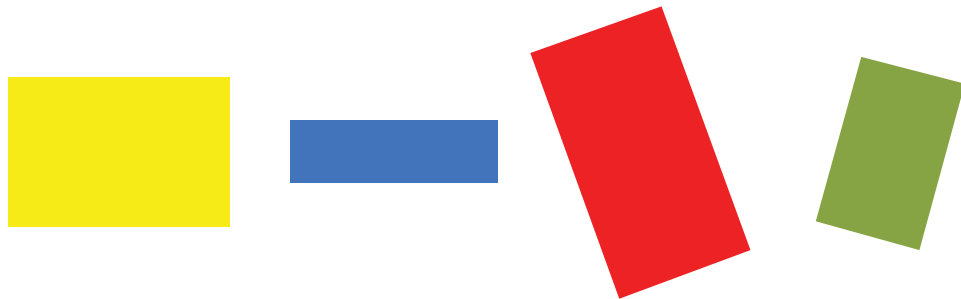
ACTIVIDAD IV: Habilidades de Razonamiento. - Al aprender Matemáticas, los y las estudiantes desarrollan su razonamiento, es decir, aprenden a razonar. Esto es particularmente cierto para el caso de la Geometría, con cuyo estudio se pretende desarrollar habilidades de razonamiento como:

- La abstracción de características o propiedades de las relaciones y de los conceptos geométricos.
- Argumentar.
- Hacer conjeturas y tratar de justificarlas o demostrarlas.
- Demostrar la falsedad de una conjetura al plantear un contraejemplo.
- Seguir una serie de argumentos lógicos.
- Identificar cuándo un razonamiento no es lógico.
- Hacer deducciones lógicas.

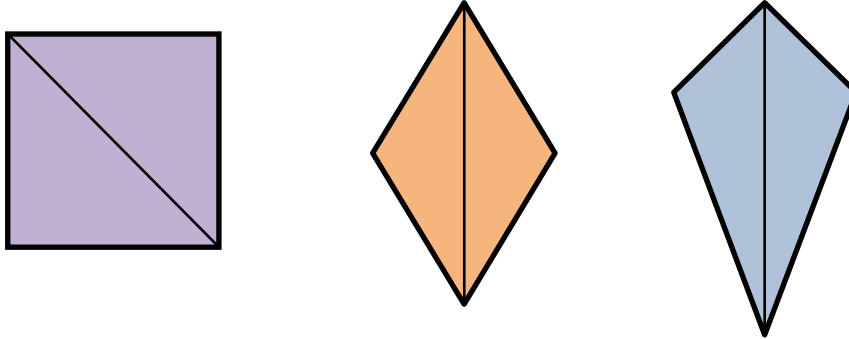
A pesar de que tradicionalmente la Geometría ha sido considerada como el prototipo de una disciplina deductiva (sus demostraciones son deductivas porque algunas propiedades se demuestran o derivan a partir de otras ya demostradas o aceptadas como verdades), en la enseñanza es conveniente usar la inducción para elaborar conjeturas o construir conceptos.

PREGUNTAS:

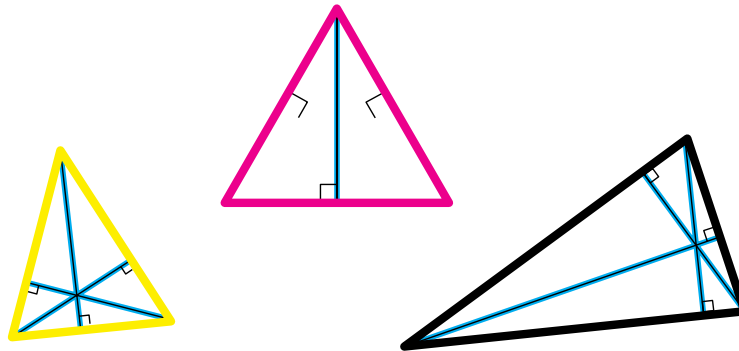
1. Juanito observa los siguientes rectángulos y deduce: las figuras con dos lados cortos y dos largos son rectángulos. ¿Es correcta su deducción?, ¿por qué? ¿Qué otras figuras tienen dos lados largos y dos cortos y no son rectángulos?



2. Bethy traza un eje de simetría a cada una de las siguientes figuras. Al analizarlas deduce que: si un segmento divide a una figura en dos triángulos iguales, entonces el segmento es eje de simetría de la figura. ¿La deducción de Bethy es correcta? Argumente su respuesta.



3. Carlos traza las tres figuras de los siguientes triángulos:



Y deduce que: las tres alturas de un triángulo se cortan en un punto. El punto siempre está dentro del triángulo. ¿Son correctas sus deducciones? Argumente su respuesta a partir de un contraejemplo, es decir, dé un ejemplo que muestre que estas deducciones no siempre se cumplen.